

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ

GUILHERME AGNER RODRIGUES RIBEIRO

JULIO HENRIQUE MORO BALARINI

**AVALIAÇÃO DE ACURÁCIA DE LOCALIZAÇÃO EM REDES LORA COM BASE
EM RSSI E TDOA ATRAVÉS DE SIMULAÇÕES COMPUTACIONAIS**

CURITIBA

2025

**GUILHERME AGNER RODRIGUES RIBEIRO
JULIO HENRIQUE MORO BALARINI**

**AVALIAÇÃO DE ACURÁCIA DE LOCALIZAÇÃO EM REDES LORA COM BASE
EM RSSI E TDOA ATRAVÉS DE SIMULAÇÕES COMPUTACIONAIS**

**Evaluation of Localization Accuracy in LoRa Networks Based on RSSI and
TDoA Through Computational Simulations**

Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação
apresentado como requisito para obtenção do
título de Bacharel em Engenharia de Controle
e Automação e Bacharel em Engenharia
Elétrica do Curso de Engenharia de Controle e
Automação e Curso de Engenharia Elétrica da
Universidade Tecnológica Federal do Paraná.
Orientador(a): Prof. Dr. Guilherme Luiz Moritz

**CURITIBA
2025**



[4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)

Esta licença permite compartilhamento, remixe, adaptação e criação a partir do trabalho, mesmo para fins comerciais, desde que sejam atribuídos créditos ao(s) autor(es). Conteúdos elaborados por terceiros, citados e referenciados nesta obra não são cobertos pela licença.

**GUILHERME AGNER RODRIGUES RIBEIRO
JULIO HENRIQUE MORO BALARINI**

**AVALIAÇÃO DE ACURÁCIA DE LOCALIZAÇÃO EM REDES LORA COM BASE
EM RSSI E TDOA ATRAVÉS DE SIMULAÇÕES COMPUTACIONAIS**

Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação
apresentado como requisito para obtenção do
título de Bacharel em Engenharia de Controle
e Automação e Bacharel em Engenharia
Elétrica do Curso de Engenharia de Controle e
Automação e Curso de Engenharia Elétrica da
Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

Data de aprovação: 27 / novembro / 2025

Guilherme Luiz Moritz
Doutorado
Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Glauber Brante
Doutorado
Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Ohara Kerusauskas Rayel
Doutorado
Universidade Tecnológica Federal do Paraná

**CURITIBA
2025**

RESUMO

O crescimento exponencial da Internet das Coisas (IoT) e a expansão das redes de longa distância e baixa potência, especificamente o padrão LoRaWAN, impulsionaram a demanda por sistemas de localização de baixo consumo energético e custo reduzido. Este trabalho apresenta uma avaliação comparativa de desempenho de métodos de localização baseados no Indicador de Força do Sinal Recebido (RSSI) e Diferença no Tempo de Chegada (TDoA) em ambientes urbanos reais. A metodologia fundamentou-se na utilização de um conjunto de dados público de transmissões LoRaWAN, sobre o qual foram aplicados algoritmos de Localização por Centroide Ponderado (WCL), Multilateração (MLAT) e técnicas baseadas em tempo com otimização Levenberg-Marquardt (LM) e rejeição de outliers via Consenso de Amostras Aleatórias (RANSAC). Adicionalmente, foram implementadas técnicas de filtragem estocástica via Filtro de Kalman e um método de fusão de dados, Localização por Fusão de Ângulo-RSSI (ARFL) combinando as diferentes métricas. As simulações computacionais demonstraram que a calibração adequada do modelo de path loss e a escolha do Fator de Espalhamento (SF) influenciam diretamente a acurácia e a disponibilidade do sistema. Os resultados quantitativos indicaram que os métodos baseados em TDoA superaram as técnicas de RSSI em termos de erro absoluto médio. Observou-se, contudo, uma relação inversa entre acurácia e cobertura, onde métodos com filtragem mais agressiva (como TDoA-RANSAC) proporcionaram maior redução de erro ao eliminar estimativas inconsistentes, resultando, porém, em uma menor taxa de pacotes válidos. Em contrapartida, métodos mais simples associados a filtros de suavização apresentaram maior disponibilidade de serviço, mantendo a continuidade do rastreamento. Conclui-se que a seleção do algoritmo de localização deve ser orientada pelos requisitos específicos da aplicação final, priorizando métodos mais acurados para o monitoramento de ativos críticos ou métodos de alta cobertura para a gestão logística geral.

Palavras-chave: localização; lora; rssi; tdoa; simulações.

ABSTRACT

The exponential growth of the Internet of Things (IoT) and the expansion of Low Power Wide Area Networks, specifically the LoRaWAN standard, have driven the demand for low-power and low-cost localization systems. This work presents a comparative performance evaluation of localization methods based on Received Signal Strength Indicator (RSSI) and Time Difference of Arrival (TDoA) in real urban environments. The methodology was based on the use of a public dataset of LoRaWAN transmissions, upon which Weighted Centroid Localization (WCL), Multilateration (MLAT), and time-based algorithms with Levenberg-Marquardt (LM) optimization and outlier rejection via RANdom SAmple Consensus (RANSAC) were applied. Additionally, stochastic filtering techniques via Kalman Filter and a data fusion method, Angle-RSSI Fusion Localization (ARFL) combining the different metrics were implemented. Computational simulations demonstrated that proper calibration of the path loss model and the choice of Spreading Factor (SF) directly influence system accuracy and availability. Quantitative results indicated that TDoA-based methods outperformed RSSI techniques in terms of mean absolute error. However, an inverse relationship between accuracy and coverage was observed, where methods with aggressive filtering provided greater error reduction by eliminating inconsistent estimates, but resulted in a lower rate of valid packets. In contrast, simpler methods associated with smoothing filters showed greater service availability, maintaining tracking continuity. It is concluded that the selection of the localization algorithm should be guided by the specific requirements of the final application, prioritizing more accurate methods for monitoring critical assets or high-coverage methods for general logistics management.

Keywords: localization; lora; rssi; tdoa; simulations.

LISTA DE ALGORITMOS

Algoritmo 1 – Algoritmo RANSAC aplicado à localização	24
Algoritmo 2 – Fusão de Dados ARFL (TDoA-LM + WCL)	33

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Trilateração pela interseção de circunferências	14
Figura 2 – Angulação pelo ângulo de chegada	15
Figura 3 – Interseção de hiperboloides	17
Figura 4 – Valor do Indicador de Força do Sinal Recebido, do inglês <i>Received Signal Strength Indicator</i> (RSSI) ao longo do tempo sem e com o filtro de Kalman	19
Figura 5 – Mapa de calor das posições reais (<i>ground truth</i>) contidas na área de interesse escolhida	26
Figura 6 – Distribuição dos nós ancora e área de interesse	26
Figura 7 – Distribuição dos valores de RSSI recebidos pelos nós âncora	27
Figura 8 – Quantidade de transmissões pela quantidade de nós âncora que receberam as transmissões	27
Figura 9 – Trilhas das posições reais dos dispositivos	28
Figura 10 – Dispersão dos valores de RSSI em função da distância e reta de regressão linear para determinação dos parâmetros de perda de percurso	30
Figura 11 – Contagem de estimativas de posição válidas por método	34
Figura 12 – Distribuição do Fator de espalhamento (Fator de Espalhamento, do inglês <i>Spreading Factor</i> (SF))	35
Figura 13 – CDF do erro absoluto para os métodos baseados em RSSI	37
Figura 14 – CDF do erro absoluto para os métodos baseados em Diferença de Tempo de Chegada, do inglês <i>Time Difference of Arrival</i> (TDoA)	38
Figura 15 – CDF do erro absoluto para os métodos em destaque	38
Figura 16 – Mapa de calor das estimativas válidas do método TDoA-Ransac+Kalman	39
Figura 17 – Mapa de calor das estimativas válidas do método WCL+Kalman	40

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Avaliação dos métodos propostos por Telles, Rayel e Moritz (2022) com e sem filtro de Kalman.....	20
Tabela 2 – Métricas de desempenho dos algoritmos de localização.	36

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AoA	Ângulo de Chegada, do inglês <i>Angle of Arrival</i>
ARFL	Localização de Fusão de Ângulo-RSSI, do inglês <i>Angle-RSSI Fusion Localization</i>
BLE	<i>Bluetooth</i> de Baixa Energia, do inglês <i>Bluetooth Low Energy</i>
CDF	Função de Distribuição Acumulada, do inglês <i>Cumulative Distribution Function</i>
GNSS	Sistema por Satélite de Navegação Global, do inglês <i>Global Navigation Satellite System</i>
GPS	Sistema de Posicionamento Global, do inglês <i>Global Positioning System</i>
HDOP	Diluição Horizontal de Precisão, do inglês <i>Horizontal Dilution of Precision</i>
IoT	Internet das Coisas, do inglês <i>Internet of Things</i>
K-NN	K vizinhos mais próximos, do inglês <i>K-Nearest Neighbors</i>
LM	Levenberg-Marquardt
LoRa	Longo Alcance, do inglês <i>Long Range</i>
LoRaWAN	Rede de Longo Alcance e Área Ampla, do inglês <i>Long Range Wide Area Network</i>
LPWAN	Rede de Baixa Potência e Área Ampla, do inglês <i>Low Power Wide Area Network</i>
LSE	Erro Mínimo Quadrado, do inglês <i>Least Square Error</i>
NLOS	Sem linha de Visada, do inglês <i>Non-Line-of-Sight</i>
RANSAC	Consenso de Amostras Aleatórias, do inglês <i>RANdom SAmple Consensus</i>
RSSI	Indicador de Força do Sinal Recebido, do inglês <i>Received Signal Strength Indicator</i>
SF	Fator de Espalhamento, do inglês <i>Spreading Factor</i>
SNR	Relação Sinal Ruído, do inglês <i>Signal-to-noise Ratio</i>
TDoA	Diferença de Tempo de Chegada, do inglês <i>Time Difference of Arrival</i>
TFP	Modelo de Fusão de Trilha com Previsão da Fusão, do inglês <i>Track Fusion Model with Fusion Prediction</i>
ToA	Tempo de Chegada, do inglês <i>Time of Arrival</i>
ToF	Tempo de Voo, do inglês <i>Time of Flight</i>

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	10
2	REFERENCIAL TEÓRICO	13
2.1	Localização	13
2.1.1	Algoritmos de proximidade	13
2.1.2	Triangulação	13
2.1.2.1	Lateração	13
2.1.2.2	Angulação	14
2.1.3	Análise de cena	15
2.2	Localização com RSSI.....	16
2.3	TDOA	16
2.4	Centroide Ponderado	17
2.5	Filtro de Kalman	18
2.6	Fusão de dados.....	20
2.7	Redes neurais.....	21
2.8	Solucionadores (<i>solvers</i>)	22
2.8.1	<i>Solver</i> linear	22
2.8.2	<i>Solver</i> não-linear	22
2.9	Tratamento de <i>outliers</i>	23
2.9.1	RANdom SAMple Consensus (RANSAC)	23
3	MATERIAIS E MÉTODOS	25
3.1	<i>Dataset</i> de Referência e Sua Caracterização	25
3.1.1	<i>Dataset</i> de Aernouts <i>et al.</i> (2018)	25
3.2	Pré-processamento e Filtragem de Dados	28
3.3	Métodos de Localização	29
3.3.1	Métodos Baseados em RSSI.....	29
3.3.2	Métodos Baseados em TDoA	31
3.3.3	Filtragem e Fusão de Dados	31
3.3.3.1	Filtro de Kalman	32
3.3.3.2	Fusão de Dados	32
3.3.4	Métricas de Avaliação	33
4	RESULTADOS	34
4.1	Transmissões Válidas	34
4.2	Resultados dos Métodos de Localização	36
5	CONCLUSÃO	41
5.1	Impacto do Modelo de Propagação e Fator de Espalhamento.....	41
5.2	Equilíbrio entre Acurácia e Cobertura.....	41
5.3	Recomendações de Aplicação.....	42
5.4	Trabalhos Futuros	42
	REFERÊNCIAS.....	44

1 INTRODUÇÃO

Nos últimos anos, o número de dispositivos conectados à Internet das Coisas, do inglês *Internet of Things* (IoT) tem demonstrado um crescimento exponencial. Um estudo por Paolone *et al.* (2022) estima que este quantitativo crescerá de 9 bilhões em 2020 para 26 bilhões de dispositivos em 2030, evidenciando a rápida expansão do ecossistema IoT.

Acompanhando o crescimento do IoT, a tecnologia Rede de Longo Alcance e Área Ampla, do inglês *Long Range Wide Area Network* (LoRaWAN) está entre os padrões de longo alcance e baixo consumo energético mais utilizados, suportando o crescimento de diversas aplicações Rede de Baixa Potência e Área Âmpla, do inglês *Low Power Wide Area Network* (LPWAN) (Telles; Rayel; Moritz, 2022). O LoRaWAN tem como característica longo alcance, quando comparado com outras tecnologias sem fio como Wi-Fi e *Bluetooth* de Baixa Energia, do inglês *Bluetooth Low Energy* (BLE), e baixo consumo energético, frente as tecnologias de rede celular, desta forma se adequam às aplicações como: agropecuária, monitoramento ambiental e cidades inteligentes (Marquez; Calle, 2023).

Diversas aplicações LoRaWAN se beneficiam diretamente dos avanços em tecnologias de localização de sensores em redes. No setor de logística e gestão, por exemplo, a localização pode ser empregada para o rastreamento de veículos em frotas, o monitoramento de resíduos de construção e a gestão de inventário em armazéns e portos (LoRa Alliance, 2018). Na área da saúde, a localização pode ser utilizada para determinar a localização de idosos necessitados de cuidados ou para gerenciamento de desastres (Zafari; Gkelias; Leung, 2019).

A funcionalidade de *geofencing*, que dispara um alerta quando um ativo se move de uma área pré-definida, pode ser utilizada para a prevenção de roubos em canteiros de obras, pátios de serviços e câmpus universitários (LoRa Alliance, 2018). López-Escobar *et al.* (2025) demonstram como a localização com Longo Alcance, do inglês *Long Range* (LoRa) pode ser utilizada para conservação da vida selvagem, especificamente no rastreamento de uma espécie de ave, visando identificar causas de uma síndrome que acomete estes animais, preservando a biodiversidade local. Em todos esses cenários, a capacidade de determinar a posição de um nó na rede de sensores é fundamental. Desse modo, algumas das técnicas de localização exploradas na literatura serão discutidas.

Em relação às aplicações emergentes como localização de nós na rede, sistemas como o Sistema de Posicionamento Global, do inglês *Global Positioning System* (GPS) caracterizam-se por uma implementação, que apesar de complexa, pode ser acessada de maneira barata e padronizada, com uma acurácia de até 5 m em áreas externas. Entretanto, em cenários com restrições energéticas onde a duração da vida útil das baterias é determinante, o GPS pode não ser adequado devido ao elevado consumo energético por nó e ao custo de implementação em redes com alta densidade de nós (Sadowski; Spachos, 2018).

Quando o uso de GPS não é possível ou interessante, diversas técnicas de localização que utilizam características da recepção de transmissões sem fio têm sido investigadas para

redes LoRaWAN. Cada uma dessas abordagens possui vantagens e desvantagens distintas, que serão discutidas nos parágrafos seguintes.

A técnica baseada em *Received Signal Strength Indicator* (RSSI) é notável por sua simplicidade e ampla presença em dispositivos sem fio, já que não requer *hardware* extra para ser implementada (Sadowski; Spachos, 2018). No entanto, a acurácia do RSSI é muitas vezes limitada devido a efeitos como multicaminho, sombreamento, desvanecimento do sinal e ruído, o que gera medições menos acuradas que podem afetar a acurácia do posicionamento. Apesar dessas desvantagens, o RSSI é uma solução menos exigente em termos de consumo de energia e de requerimentos de *hardware* em comparação com outras técnicas (Goldoni *et al.*, 2018).

As técnicas que se baseiam no tempo de propagação do sinal, como Tempo de Chegada, do inglês *Time of Arrival* (ToA) e *Time Difference of Arrival* (TDoA), destacam-se por oferecer uma acurácia de localização elevada. Contudo, a acurácia dessas técnicas depende do nível de sincronização das bases de tempo dos dispositivos, o que aumenta consideravelmente a complexidade e os custos do sistema para que se atinjam níveis de acurácia da ordem de metros (Vo *et al.*, 2024).

A técnica de Ângulo de Chegada, do inglês *Angle of Arrival* (AoA) estima a localização do sensor ao determinar a direção de chegada do sinal utilizando arranjos de antenas (Zafari; Gkelias; Leung, 2019). Embora esta abordagem ofereça alta acurácia na localização, envolve a necessidade de um *hardware* mais sofisticado e uma calibração detalhada, resultando em custos adicionais de infraestrutura (Sadowski; Spachos, 2018).

Quanto à técnica de *fingerprinting*, ela requer a elaboração de um banco de dados de características do sinal, ou impressões digitais, coletadas em locais conhecidos durante uma fase *offline* (Zafari; Gkelias; Leung, 2019). A grande vantagem é a capacidade de fornecer estimativas de localização acuradas, especialmente quando associada a algoritmos de aprendizado de máquina. Contudo, sua maior desvantagem é o esforço considerável para criar e manter o banco de dados, um processo cujo treinamento pode ser computacionalmente exigente, e a alta sensibilidade do sistema a mudanças ambientais ao longo do tempo (Telles; Rayel; Moritz, 2022).

Ademais, a utilização de redes neurais em sistemas de localização permite o treinamento da rede usando pares de valores de RSSI e coordenadas de localização estabelecidas durante uma fase *offline*. Após treinada, a rede neural pode estimar a localização do usuário com base em medições de RSSI em tempo real (Zafari; Gkelias; Leung, 2019). Embora esse método seja capaz de modelar relações complexas entre os sinais e posições, o desempenho da rede depende criticamente da qualidade e quantidade dos dados de treinamento (Telles; Rayel; Moritz, 2022).

Ainda que as abordagens baseadas em RSSI, TDoA e AoA sejam técnicas fundamentais para a determinação da localização, a acurácia de suas estimativas pode ser aumentada ao combiná-las com outros métodos. Dentre esses métodos, destaca-se a aplicação do Filtro de Kalman, como algoritmo de otimização, que melhora a acurácia de estimativas de localização

que, por natureza, são ruidosas. Este filtro prevê um valor futuro usando medições anteriores e ruído estatístico, ajustando a estimativa a partir de uma nova medição ponderada pela confiabilidade de cada dado. Um benefício crucial do Filtro de Kalman é sua habilidade em aprimorar a acurácia da localização de objetos em movimento, como veículos, sem aumentar significativamente o consumo de energia ou comprometer a escalabilidade do sistema (Fabris *et al.*, 2025).

Além das técnicas clássicas da literatura, o LoRa também apresenta uma solução comercial, como o LoRa Edge da Semtech, que representa uma solução para gestão de ativos e logística. Esta plataforma combina um transceptor LoRa, um *scanner* Sistema por Satélite de Navegação Global, do inglês *Global Navigation Satellite System* (GNSS) multi-constelação e um *scanner* passivo de endereços MAC Wi-Fi em um único chip, buscando equilibrar desempenho, acurácia de localização e baixo consumo de energia, sendo até dez vezes mais eficiente que as soluções atuais (Semtech, 2024). A habilidade de definir a localização dos ativos por meio de um serviço em nuvem contribui para uma redução no consumo de energia dos dispositivos finais. Além disso, a arquitetura LoRa Edge é compatível com o padrão LoRaWAN e já vem pré-provisionada com chaves de segurança em um módulo de *hardware* seguro, facilitando a implementação e reduzindo os custos de material para soluções de rastreamento tanto internas quanto externas (Semtech, 2024).

Várias técnicas que exploram simplicidade e baixo custo estão disponíveis na literatura, como a técnica apresentada por Telles, Rayel e Moritz (2022) que busca melhorar a acurácia do RSSI, ou técnicas utilizando filtros de Kalman e fusão de dados apresentadas por Fabris *et al.* (2025) para redes BLE, ou até uma adaptação no modelo de propagação, apresentado por Vo *et al.* (2024), em que apresentou melhorias significativas na acurácia da localização.

Diante do exposto, o intuito do presente trabalho é avaliar como estas técnicas podem ser utilizadas em um cenário de baixo custo, baixo consumo e longo alcance (LPWAN). Com ênfase na aplicação prática e nas melhorias de acurácia obtidas mediante otimizações e integrações de métodos, este estudo pretende contribuir para a escolha e aplicação de soluções eficazes e acessíveis de localização no crescente ecossistema de IoT.

O restante do trabalho é organizado da seguinte maneira: Capítulo 2, apresentação de referencial teórico e trabalhos relacionados. Capítulo 3, apresentação dos materiais e métodos utilizados. Capítulo 4, apresentação dos resultados e discussões. Por fim, na Capítulo 5, as conclusões.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

A localização de dispositivos em redes de sensores sem fio constitui um campo de estudo fundamental para o avanço da IoT, especialmente em aplicações que demandam conhecimento da posição de ativos com baixo consumo energético e custo reduzido. Neste capítulo, serão apresentados os conceitos teóricos e as técnicas consolidadas na literatura que embasam o desenvolvimento e a avaliação de sistemas de geolocalização em redes LoRaWAN.

2.1 Localização

Na literatura, diversas técnicas de estimar a posição de um nó em uma rede de sensores surgiram e vêm sendo aprimoradas. No geral, estes métodos podem ser subdivididos em alguns tipos: algoritmos de proximidade, triangulação e análise de cena (Liu *et al.*, 2007). As características principais de cada uma dessas categorias serão expostas na sequência.

2.1.1 Algoritmos de proximidade

Estes se tratam dos algoritmos mais simples de localização, consistem em medir uma posição relativa do alvo, baseada em uma ou mais referências, normalmente fixas e de posição bem conhecida, distribuídas em uma grande área e com grande densidade de nós de referência. Quando o alvo móvel entra no alcance de transmissão de um nó de referência (ou nó âncora), a posição do alvo é considerada a mesma do nó âncora, caso mais de um receptor identificar o sinal, é considerada a antena que recebeu maior intensidade de sinal (Liu *et al.*, 2007). Apesar de não fornecer a localização exata do alvo, algoritmos de proximidade podem ser bastante úteis em cenários em que apenas a posição aproximada é suficiente, trocando acurácia pela simplicidade (Liu *et al.*, 2007).

2.1.2 Triangulação

No âmbito de localização, a triangulação é fundamental e bastante utilizada na prática, se baseia nas propriedades geométricas de triângulos para estimar a localização do nó alvo. Segundo Liu *et al.* (2007), se divide em duas variações principais que serão apresentadas na sequência: lateração e angulação.

2.1.2.1 Lateração

A lateração consiste em determinar a localização de um nó alvo baseado na distância entre ele e o nó âncora (com posição conhecida). Em um cenário de duas dimensões, três medidas de distância são suficientes para determinar a posição, frequentemente chamada de

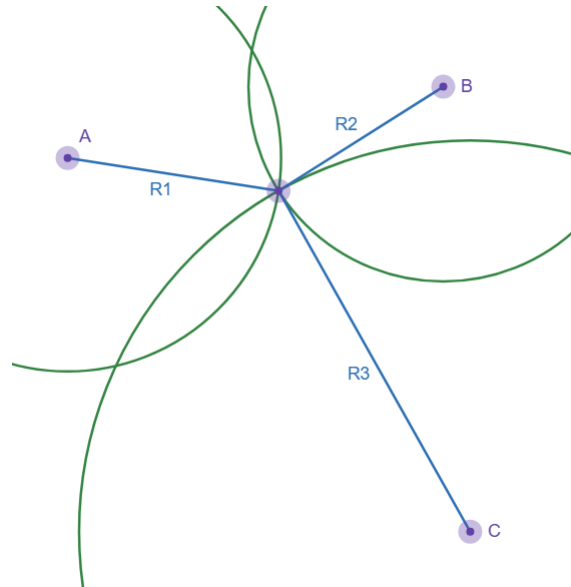
trilateração. No caso tridimensional, são necessárias pelo menos quatro medidas, e é normalmente referida como multilateração (Marquez; Calle, 2023).

Uma forma de estimar a posição de um nó alvo na triangulação, ou mais especificamente na trilateração, é baseada na interseção de circunferências. Esta abordagem descreve um sistema de equações não-lineares para cada nó âncora i , cuja relação é dada pela Equação da circunferência:

$$\hat{d}^2 = (x - x_i)^2 + (y - y_i)^2, \quad (1)$$

com as coordenadas conhecidas (x_i, y_i) , e a distância \hat{d} estimada até o nó alvo de coordenadas desconhecidas (x, y) . A Figura 1 exemplifica o conceito: A, B e C representam os nós âncora, o raio das circunferências são as distâncias entre nó alvo e nó âncora medidas, representados por R_1 , R_2 e R_3 , e a posição do alvo é determinada através da interseção das circunferências mencionadas. Este conceito pode ser expandido para mais dimensões (Marquez; Calle, 2023).

Figura 1 – Trilateração pela interseção de circunferências



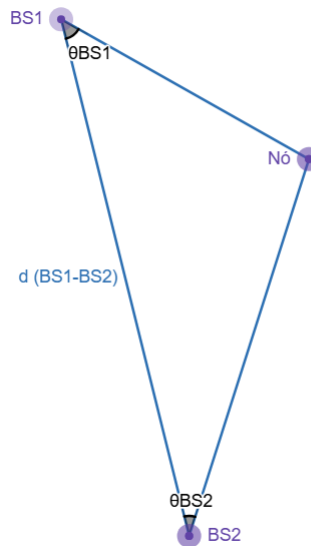
Fonte: Adaptado de Liu et al. (2007).

2.1.2.2 Angulação

O algoritmo de angulação funciona de forma semelhante à lateração, porém a partir do ângulo de chegada do sinal, trigonometria pode ser utilizada para estimar a localização do nó alvo em relação a múltiplos nós âncora (no mínimo 2). A Figura 2 demonstra um esquema de angulação, com dois nós âncora $BS1$ e $BS2$ e um nó alvo. A posição dos nós âncora é conhecida, portanto, $d_{(BS1-BS2)}$ representa a distância entre os nós âncora que pode ser calculada. Já θ_{BS1} e θ_{BS2} são os ângulos de chegada do sinal transmitido pelo nó alvo e recebido pelos nós âncora $BS1$ e $BS2$ respectivamente. A partir destas informações, a localização do nó alvo pode ser calculada por trigonometria, em que a interseção das linhas projetadas do ângulo de chegada define a localização do nó alvo (Marquez; Calle, 2023). Para medir o ângulo de chegada do sinal, é necessária uma infraestrutura mais complexa, como um arranjo de ante-

nas para a medição, podendo ser um obstáculo para sistemas de baixo custo (Marquez; Calle, 2023). A localização do nó alvo é estimada a partir da interseção da linha de visada projetada.

Figura 2 – Angulação pelo ângulo de chegada



Fonte: Adaptado de Marquez e Calle (2023).

A acurácia das técnicas baseadas em angulação é afetada por quanto o ângulo de chegada medido difere do ângulo de chegada com linha de visada, logo, em ambientes onde o fator de multipercurso é intenso, as reflexões do sinal precisam ser consideradas. Por outro lado, efeitos de desvanecimento do sinal não são tão relevantes, pois o método não depende da intensidade do sinal (Marquez; Calle, 2023).

2.1.3 Análise de cena

O algoritmo de análise de cena, também chamada de *fingerprinting*, é composto por duas etapas, onde, na fase de treinamento (ou fase *offline*) é construído um mapa do sinal recebido em vários pontos de treinamento, e na fase de operação (ou fase *online*) os sinais recebidos em tempo real são comparados com os dados coletados por meio de algoritmos como K vizinhos mais próximos, do inglês *K-Nearest Neighbors* (K-NN) ou redes neurais (Zafari; Gkelias; Leung, 2019). O método de *fingerprinting* pode ser uma alternativa viável em ambientes onde técnicas de triangulação apresentam limitações, oferecendo, por exemplo, a vantagem de não requerer *hardware* adicional na rede em comparação à angulação. No entanto, esta abordagem apresenta desafios: a fase *offline* requer a construção do banco de dados de referência, e a técnica demonstra alta sensibilidade a variações ambientais. Alterações na disposição de objetos ou no fluxo de pessoas podem comprometer a acurácia do mapa de sinais previamente coletado. Adicionalmente, a substituição de dispositivos pode afetar também a acurácia do sistema, uma vez que diferentes dispositivos podem apresentar características distintas na recepção de sinais (Zafari; Gkelias; Leung, 2019).

2.2 Localização com RSSI

Técnicas baseadas no RSSI são utilizadas para estimativa de distâncias em sistemas de localização (Marquez; Calle, 2023; Zafari; Gkelias; Leung, 2019). Seu princípio se baseia no fenômeno de atenuação do sinal conforme a distância do transmissor aumenta (Zafari; Gkelias; Leung, 2019). Para calcular a distância baseada no RSSI, utiliza-se um modelo de perda de percurso (*path loss model*), o modelo de Friis pode ser utilizado, cuja Equação é expressa por:

$$P = -(10n \log_{10}(d) - A), \quad (2)$$

onde P é a potência recebida pelo nó âncora, n representa o expoente de perda de percurso que varia com o ambiente, d é a distância entre nó alvo e nó âncora e A é a potência recebida medida a uma distância de referência (Savazzi *et al.*, 2019). A potência P é obtida através do RSSI e a distância pode ser calculada por:

$$d = 10^{\frac{(A-P)}{10n}}, \quad (3)$$

e com um número suficiente de nós âncora, a trilateração ou multilateração podem estimar a localização do nó alvo (Zafari; Gkelias; Leung, 2019).

Os métodos baseados em RSSI se destacam pela sua simplicidade, pois praticamente todos os dispositivos sem fio apresentam nativamente a intensidade do sinal recebido. Entretanto, sua acurácia pode ser comprometida pela variabilidade do canal sem fio e também pela heterogeneidade dos dispositivos, visto que as medições não são iguais de um dispositivo para outro (Zafari; Gkelias; Leung, 2019).

Diversas técnicas para atenuar os efeitos que prejudicam a acurácia dos métodos RSSI estão disponíveis, sendo que alguns deles serão discutidos nas Seções 2.4, 2.5, 2.6 e 2.7.

2.3 TDOA

A técnica de TDoA ou diferença do tempo de chegada, é uma das técnicas baseadas em tempo. A ideia principal desta técnica consiste em medir o tempo de chegada do sinal transmitido pelo nó alvo em vários nós âncora, e então, de maneira semelhante ao método de RSSI já discutido na Seção 2.2, utiliza-se também a interseção de geometrias para estimar a posição do nó alvo. Neste caso, a técnica consiste na interseção de hipérboles (em 2D) e hiperboloide (em 3D), o hiperboloide é calculado por:

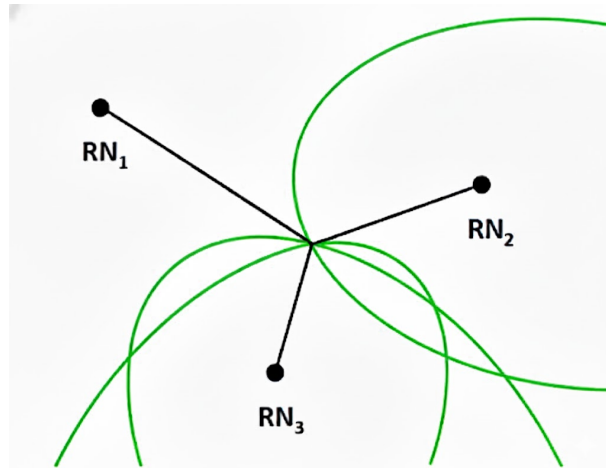
$$L_{D(i,j)} = \sqrt{(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2 + (z_i - z)^2} - \sqrt{(x_j - x)^2 + (y_j - y)^2 + (z_j - z)^2}, \quad (4)$$

onde $L_{D(i,j)}$ é a distância física, obtida a partir da diferença de tempo de chegada ($T_{D(i,j)}$) medida entre os nós âncora, e é calculada por $L_{D(i,j)} = c \cdot T_{D(i,j)}$, em que $c = 2,998 \cdot 10^8$. Ademais,

as coordenadas dos nós âncora RN_i e RN_j são representados por (x_i, y_i, z_i) e (x_j, y_j, z_j) respectivamente, e as coordenadas do nó alvo são representadas por (x, y, z) (Zafari; Gkelias; Leung, 2019).

A Figura 3 demonstra a interseção dos hiperboloides, em que RN_1 , RN_2 e RN_3 , representam os nós âncora e os hiperboloides são obtidos por (4). A posição do nó alvo é determinada pela interseção dos hiperboloides formados. A técnica do TDoA quando comparada

Figura 3 – Interseção de hiperboloides



Fonte: Adaptado de Zafari, Gkelias e Leung (2019).

somente com RSSI apresenta uma melhor acurácia (Marquez; Calle, 2023). Por outro lado, medições baseadas em tempo como: TDoA, ToA e Tempo de Voo, do inglês *Time of Flight* (ToF) sofrem com alguns problemas:

- Sincronização de tempo: diferenças nas bases de tempo entre os nós âncora afetam a acurácia (Marquez; Calle, 2023);
- Inacurácia dos carimbos de tempo: semelhante à sincronização dos relógios internos, a acurácia dos carimbos de tempo varia entre dispositivos, o que deve ser levado em conta para a acurácia final da localização (Marquez; Calle, 2023);
- Mobilidade: A velocidade do nó alvo afeta a estimativa de posição, com intervalos de transmissão esparsos, a posição estimada pode corresponder a uma posição desatualizada do nó alvo (Marquez; Calle, 2023).

2.4 Centroide Ponderado

No contexto de baixo consumo energético e ambientes urbanos conturbados, Telles, Rayel e Moritz (2022) trazem a ideia do Centroide Ponderado, uma alternativa LoRa para o método de centroide, anteriormente utilizado em localização interna (Telles; Rayel; Moritz, 2022). A adaptação para grandes áreas externas enfrentou alguns desafios, o método anterior utilizava as medidas dos nós âncora muito distantes do alvo (Telles; Rayel; Moritz, 2022). Para solucionar este problema, foi proposta por Telles, Rayel e Moritz (2022) uma ponderação, que atribui

pesos inversamente proporcionais à distância estimada $w_{G_j} = (\hat{d}_{G_j})^{-g}$, onde \hat{d}_{G_j} é a distância estimada pelo nó âncora G_j , e g é um fator empírico de ajuste. Essa abordagem atribui maior peso aos nós âncora próximos ao nó alvo, e desta forma refinam a estimativa de posição sem nenhuma infraestrutura adicional ou fase de treinamento. A estimativa da posição no eixo x é dada por:

$$\hat{x} = \left(\sum_{G_j=1}^n w_{G_j} (x_{G_j}) \right) \left(\sum_{G_j=1}^n w_{G_j} \right)^{-1}, \quad (5)$$

onde \hat{x} é a estimativa de posição no eixo x (\hat{y} pode ser calculado da mesma maneira) do nó alvo aplicando o método do centroide ponderado aos n nós âncora (Telles; Rayel; Moritz, 2022).

A implementação foi validada com um *dataset* real coletado na Antuérpia, Bélgica, contando com 23 dispositivos, uma área de cobertura de 52,79 km² (Aernouts *et al.*, 2018).

O método sugerido por Telles, Rayel e Moritz (2022) se apresenta como uma solução viável para aplicações LPWAN, onde a eficiência energética, baixo custo de implementação e simplicidade são cruciais. Vale destacar também que a técnica não necessita de uma fase de treinamento extensiva como métodos baseados em *fingerprinting*.

2.5 Filtro de Kalman

O filtro de Kalman consiste em um estimador de estados ótimo, que processa as medições ruidosas de um sinal considerando as medições passadas a fim de suavizar a predição. Seu algoritmo recursivo é constituído por duas fases distintas: a fase de previsão e de atualização (Vo *et al.*, 2024). Na fase de previsão, o filtro projeta, a partir de um modelo, o estado futuro do sistema, juntamente com a incerteza associada à projeção. Por outro lado, na fase de atualização, o filtro incorpora a medição atual e corrige a previsão do estado baseada na matriz de ganho do filtro, que define o peso dado para a projeção e para a medição (Vo *et al.*, 2024).

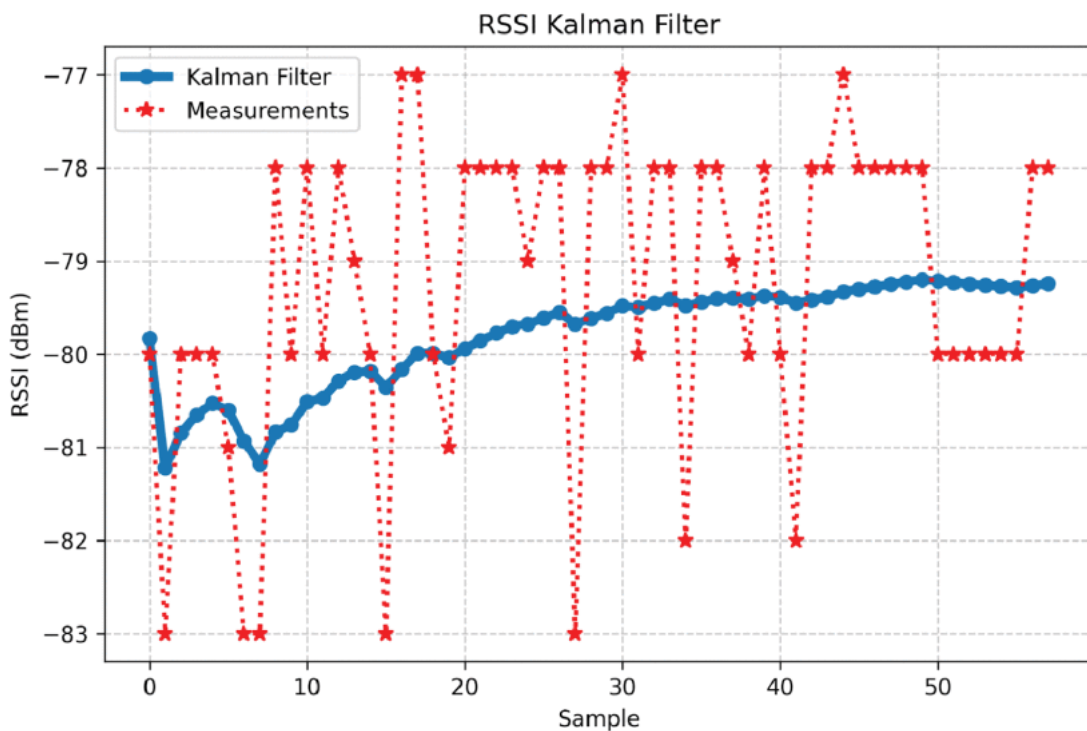
No trabalho de Vo *et al.* (2024), é utilizado o filtro de Kalman a fim de suavizar dinamicamente as estimativas de localização, reduzindo assim o impacto das flutuações aleatórias da medição do sinal. A ideia principal é estabilizar as medições brutas, proporcionando uma base mais confiável para os algoritmos de localização subsequentes, como trilateração ou fusão de dados, melhorando a acurácia na totalidade.

Na implementação do filtro por Vo *et al.* (2024), foi adotado um modelo para sistemas estáticos, no qual, para simplificar a implementação, tanto o nó âncora e o nó alvo são considerados imóveis durante a medição do RSSI. Na etapa de predição, o filtro mantém o estado anterior inalterado, refletindo a hipótese de imobilidade, e atualiza apenas a incerteza, incorporando a covariância do ruído de processo \mathbf{Q} . Já na etapa de atualização, o filtro calcula o ganho de Kalman \mathbf{K} , que otimiza a combinação entre a estimativa prévia da posição e a nova informação advinda da medição. Os parâmetros são calibrados conforme as características do ambiente e a matriz \mathbf{Q} assume os valores mínimos, refletindo a baixa incerteza do modelo estático, enquanto o ruído de medição \mathbf{R} é estimado a partir do desvio padrão histórico do RSSI.

Dado o caráter estático do sistema, as matrizes de transição de estado A e de observação C foram definidas como a matriz identidade I , eliminando dependências temporais no modelo. A inicialização do estado foi realizada a partir da média das amostras de RSSI disponíveis no início do processo.

Os resultados mostraram melhora na redução das incertezas, para os testes realizados em ambientes externos, como demonstrado pela Figura 4, as medições de RSSI são representados em vermelho, com seu valor mínimo em -83 dBm e máximo -77 dBm, apresentando um desvio padrão de $2,15$ dBm, após a aplicação do filtro de Kalman (em azul), a incerteza cai para apenas $0,56$ dBm. Com o filtro aplicado, o trabalho de Vo *et al.* (2024) utiliza o modelo de propagação proposto, e obteve para o ambiente externo, 90% das estimativas de distância com erros abaixo de $7,55$ m, com a maior distância real sendo $47,3$ m, o que em termos relativos, para este caso o erro apresentado representa $15,96\%$ da distância real. Em outro estudo rea-

Figura 4 – Valor do RSSI ao longo do tempo sem e com o filtro de Kalman



Fonte: Vo *et al.* (2024).

lizado por Telles, Rayel e Moritz (2022), o filtro de Kalman também é utilizado para atenuar os efeitos do ruído no canal de transmissão. A premissa principal do trabalho é que os nós alvo possuem baixa velocidade, então o filtro de Kalman é útil para suavizar variações bruscas nas estimativas de posição, afinal, os dispositivos possuem limitações reais de velocidade.

Telles, Rayel e Moritz (2022) implementam na etapa de predição uma estimativa de posição baseada nos estados anteriores com a adição do ruído estatístico do sistema. Em sequência, na atualização, a predição é combinada com as novas medições e a posição estimada é ponderada, atribuindo maior peso para os dados menos ruidosos. A fim de garantir a estabilidade, as matrizes de covariância são individualizadas para cada nó, a estimativa inicial é a

posição sem o filtro, e também são descartados os 30 primeiros resultados para assegurar a convergência do algoritmo antes da coleta dos dados.

A Tabela 1 demonstra a melhora com a aplicação do filtro de Kalman no método proposto por Telles, Rayel e Moritz (2022) utilizando RSSI em conjunto com o centroide ponderado (Seção 2.4), o erro absoluto médio foi reduzido em 65,37 m (redução de 10,38%) com a utilização do filtro de Kalman. Já no método utilizando TDoA o erro absoluto médio foi reduzido em 140,34 m (redução de 21,25%) com o filtro. O estudo destaca que a técnica proposta não necessita

Tabela 1 – Avaliação dos métodos propostos por Telles, Rayel e Moritz (2022) com e sem filtro de Kalman

Método	Erro absoluto médio (m)	Erro relativo médio (%)
RSSI + Centroides Ponderado	629,8	2,36
RSSI + Centroides Ponderado + Filtro de Kalman	564,43	1,90
TDoA	800,7	3,82
TDoA + Filtro de Kalman	660,36	2,60

Fonte: Adaptado de Telles, Rayel e Moritz (2022).

de uma fase de treinamento como em técnicas de *fingerprinting*, além de não adicionar custo de infraestrutura, sendo útil para sistemas de larga escala e baixo consumo energético (Telles; Rayel; Moritz, 2022).

2.6 Fusão de dados

A fusão de dados surge, assim como o filtro de Kalman discutido na Seção 2.5, como uma estratégia central para atenuar os problemas encontrados na localização em ambientes complexos, os efeitos de multicaminho e ruído diminuem a acurácia dos métodos (Fabris *et al.*, 2025). Ao combinar informações de múltiplas fontes, ou diferentes tipos de medições, é possível compensar as limitações de uma só técnica, ou até tecnologias, com isso, de maneira complementar, melhorar a acurácia dos métodos de localização (Fabris *et al.*, 2025).

O método proposto em Fabris *et al.* (2025), denominado Localização de Fusão de Ângulo-RSSI, do inglês *Angle-RSSI Fusion Localization* (ARFL) opera com uma pré-filtragem, onde um filtro de Kalman é aplicado separadamente em cada estimativa proveniente dos algoritmos de angulação AoA e trigonometria RSSI+AoA melhorando a acurácia individual, atenuando erros das medições. Após a pré-filtragem, as saídas dos filtros de Kalman são combinadas utilizando o modelo Modelo de Fusão de Trilha com Previsão da Fusão, do inglês *Track Fusion Model with Fusion Prediction* (TFP), que é uma derivação do *Track-to-Track Fusion* (T2TF), mas se destaca por ser mais eficaz (Fabris *et al.*, 2025).

De modo mais aprofundado, o TFP consiste em duas etapas principais, a fusão da predição e a fusão da estimativa de estado:

- Fusão da predição: As estimativas de estado a priori de cada filtro de Kalman são combinadas para gerar uma predição de estado combinada;

- Fusão da estimativa de estado: A predição de estado a priori combinada é então usada para corrigir as estimativas de estado a posteriori de cada filtro de Kalman, resultando em uma estimativa de estado fundida no final.

A fim de simplificação, o modelo proposto ARFL parte do princípio de independência dos erros de estimação de posição entre os métodos, e neste caso a opção de desconsiderar a matriz de covariância cruzada pode ser usada (Fabris *et al.*, 2025).

O método ARFL proposto por Fabris *et al.* (2025) foi avaliado em um ambiente interno de 14 m x 8 m, e obteve acurácia superior que os métodos individuais RSSI e AoA, e também superou os métodos individuais com o filtro de Kalman. Em ambos os casos apresentados, o método apresentou constantemente erros menores. Em particular, o ARFL reduziu o erro médio em até 81,61% quando comparado com a multilateração com o filtro de Kalman aplicado.

2.7 Redes neurais

Uma constante preocupação dos sistemas de localização é a eficiência energética, com isso em mente, o trabalho desenvolvido por López-Escobar *et al.* (2025) explora formas de otimizar o consumo energético. O objetivo do estudo é o rastreamento de uma espécie de ave em ambientes externos. Dispositivos foram afixados nas aves com funcionalidade GNSS e com comunicação LoRa, com uma infraestrutura de nós âncora posicionados estrategicamente para cobrir a área de interesse.

Os sistemas GNSS possuem a desvantagem de consumirem bastante energia, e na aplicação apresentada por López-Escobar *et al.* (2025) pode tornar o processo inviável, pela baixa duração da bateria e peso do dispositivo. O método proposto por López-Escobar *et al.* (2025) visa otimizar a eficiência do nó alvo, implementando um sistema com diferentes frequências de amostragem da medição de posição. A frequência de medição utilizando GNSS é menor quando comparada a frequência de comunicação LoRa, em que os pacotes enviados com um período menor são também muito menores (menor consumo de bateria), contendo apenas o RSSI, Relação Sinal Ruído, do inglês *Signal-to-noise Ratio* (SNR) e mais alguns dados dos sensores do dispositivo, como o nível de bateria.

A proposta de López-Escobar *et al.* (2025) consiste em uma rede neural para realizar a predição da posição do nó alvo com base nos dados recebidos da rede LoRa e o último dado de localização mais confiável proveniente do GNSS. A arquitetura da rede (ajustada empiricamente) utilizada foi de apenas uma camada oculta com dez neurônios, e foi treinada com 4000 épocas com um *dataset* contendo as séries temporais dos dados RSSI e SNR da rede LoRaWAN juntamente com a posição do GNSS, que foram consideradas como a posição real (*ground truth*) para a fase de treinamento. As entradas da rede neural são o RSSI e SNR recebidos pelos nós âncora no tempo t , as últimas medidas de latitude e longitude do GNSS no tempo t_{GNSS} , e a diferença de tempo $t - t_{GNSS}$, totalizando $3 + 2j$ valores de entrada, em que j é o número de nós âncora. A saída da rede é a posição estimada (López-escobar *et al.*, 2025).

A premissa fundamental apresentada por López-Escobar *et al.* (2025), que busca otimizar o consumo energético e aprimorar a estimativa com correções esporádicas de uma medição acurada do GNSS, foi capaz de reduzir o consumo energético sem afetar a acurácia. Aumentando para 5 minutos o tempo de amostragem do GNSS, se dobrou a vida útil da bateria em comparação com o uso contínuo. E mesmo em intervalos longos, de 1 hora, por exemplo, ainda foi possível manter um erro de cerca de 125m, considerado satisfatório para a aplicação em questão.

2.8 Solucionadores (*solvers*)

Para a determinação da posição do nó alvo, tanto em métodos baseados em RSSI quanto em TDoA, é frequentemente necessário resolver um sistema de equações. A natureza desse sistema, seja ela linear ou não-linear, dita a escolha do algoritmo matemático, ou *solver*, empregado para encontrar a estimativa numérica da localização.

2.8.1 *Solver* linear

Em alguns métodos de localização, como a multilateração baseada em RSSI, é possível descrever e formular o problema de estimar a localização em um sistema de equações lineares. Conforme descrito por Telles, Rayel e Moritz (2022) e Lam, Cheung e Lee (2019), a técnica de Mínimos Quadrados Lineares, mais especificamente Erro Mínimo Quadrado, do inglês *Least Square Error* (LSE) é uma abordagem comum. Esta técnica lineariza o sistema, subtraindo geralmente as equações de distância de um nó âncora de referência das demais, eliminando os termos quadráticos. O resultado é um sistema matricial na forma $\mathbf{A}\theta = \mathbf{b}$, onde θ representa as coordenadas desconhecidas do nó alvo. A posição estimada, $\hat{l}(p_k)$, pode então ser determinada analiticamente através da solução matricial $\hat{l}(p_k) = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{b}$ (Telles; Rayel; Moritz, 2022).

2.8.2 *Solver* não-linear

A localização baseada em TDoA, por sua natureza, utiliza a interseção de hipérboles (ou hiperboloides em 3D), resultando em um sistema de equações intrinsecamente não-linear. Problemas desta natureza não possuem uma solução analítica direta e exigem o uso de algoritmos iterativos para determinar a estimativa da posição (Mensing; Plass, 2006).

O algoritmo de Levenberg-Marquardt (LM) é frequentemente aplicado neste contexto para resolver o problema de estimação de mínimos quadrados não-linear (Telles; Rayel; Moritz, 2022). O LM é descrito por Mensing e Plass (2006) como um procedimento iterativo robusto que combina características dos métodos Gauss-Newton e *Steepest Descent*. O algoritmo ajusta-se dinamicamente através de um parâmetro de amortecimento (λ) para garantir a convergência, mesmo partindo de estimativas iniciais menos acuradas Mensing e Plass (2006). O algoritmo

opera de forma iterativa, introduzindo o parâmetro de amortecimento $\lambda^{(k)}$ à matriz Hessiana aproximada $A^{(k)}$, o que garante a invertibilidade da matriz e auxilia na convergência do sistema. De acordo com Mensing e Plass (2006), a regra de atualização do vetor de coordenadas estimado do nó alvo $x^{(k+1)}$ na iteração $k+1$, fundamentada na estimativa de posição da iteração anterior $x^{(k)}$, no vetor gradiente $g^{(k)}$ e na matriz identidade I_2 , é expressa por:

$$x^{(k+1)} = x^{(k)} + (A^{(k)} + \lambda^{(k)} I_2)^{-1} g^{(k)}, \quad (6)$$

Notavelmente, Mensing e Plass (2006) demonstram que este método apresenta o melhor equilíbrio entre acurácia e complexidade computacional, sendo adequado para os desafios de posicionamento em redes celulares e, por extensão, em redes LPWAN.

2.9 Tratamento de *outliers*

As medições de sinais em ambientes reais, especialmente em cenários urbanos e internos, estão sujeitas a erros não-Gaussianos significativos. Fenômenos como multipercurso, sombreamento e bloqueio de sinal (Sem linha de Visada, do inglês *Non-Line-of-Sight* (NLOS)) podem gerar medições que divergem dos valores esperados (Lam; Cheung; Lee, 2019). Estas medições fora do esperado, conhecidas como *outliers*, podem afetar de maneira significativa a acurácia dos algoritmos de localização. Portanto, torna-se necessário o emprego de técnicas para identificar e atenuar o impacto desses *outliers*.

2.9.1 RANdom SAMple Consensus (RANSAC)

O método Consenso de Amostras Aleatórias, do inglês *RANdom SAMple Consensus* (RANSAC) é uma técnica iterativa robusta para a estimação de parâmetros de um modelo a partir de conjuntos de dados que contêm uma proporção significativa de *outliers* (Åström *et al.*, 2021). Conforme descrito por Åström *et al.* (2021) no contexto de multilateração robusta, o RANSAC opera sob um processo de hipótese e teste. A estrutura lógica deste procedimento é detalhada no Algoritmo 1. Em cada iteração, um subconjunto mínimo de medições (por exemplo, medições TDoA de um número mínimo de nós âncora) é selecionado aleatoriamente para gerar uma hipótese de posição. Em seguida, o algoritmo avalia quantas das medições restantes são consistentes com essa hipótese, dentro de um limiar de tolerância predefinido, formando um conjunto de consenso. Este processo é repetido por um número de vezes predefinidos, e a hipótese que obtém o maior conjunto de consenso, ou seja, o menor número de *outliers*, é selecionada como a solução final robusta. Esta abordagem permite que a estimação da posição seja baseada primariamente nos *inliers* (valores dentro do esperado), atenuando a influência dos dados *outliers*.

Algoritmo 1 – Algoritmo RANSAC aplicado à localização

requer Conjunto de Gateways G , Limiar de consenso τ , Número de iterações K

inserir Melhor estimativa de posição \hat{P}_{best}

```

1:  $MelhorScore \leftarrow 0$ 
2:  $\hat{P}_{best} \leftarrow \emptyset$ 
3: para  $k = 1$  to  $K$  faça
4:    $S \leftarrow$  Selecionar subconjunto aleatório mínimo de  $G$ 
5:    $\hat{P}_{cand} \leftarrow$  Estimar posição usando  $S$ 
6:   se  $\hat{P}_{cand}$  é válida então
7:      $Votos \leftarrow 0$ 
8:     para cada gateway  $g_i$  em  $G$  faça
9:        $d_{esp} \leftarrow$  Distância esperada entre  $g_i$  e  $\hat{P}_{cand}$ 
10:       $d_{med} \leftarrow$  Distância medida pelo gateway  $g_i$ 
11:       $Residuo \leftarrow |d_{esp} - d_{med}|$ 
12:      se  $Residuo < \tau$  então
13:         $Votos \leftarrow Votos + 1$ 
14:      finaliza se
15:    finaliza para
16:    se  $Votos > MelhorScore$  então
17:       $MelhorScore \leftarrow Votos$ 
18:       $\hat{P}_{best} \leftarrow \hat{P}_{cand}$ 
19:    finaliza se
20:  finaliza se
21: finaliza para
22: retorna  $\hat{P}_{best}$ 

```

Fonte: Autoria própria.

3 MATERIAIS E MÉTODOS

3.1 *Dataset* de Referência e Sua Caracterização

A metodologia deste trabalho foi estruturada em torno da análise de um *dataset* público de referência, aplicando um pré-processamento e filtragem dos dados, seguido da implementação e avaliação de diversas técnicas de localização discutidas na Seção 2, desde técnicas-base até filtragem e fusão de dados.

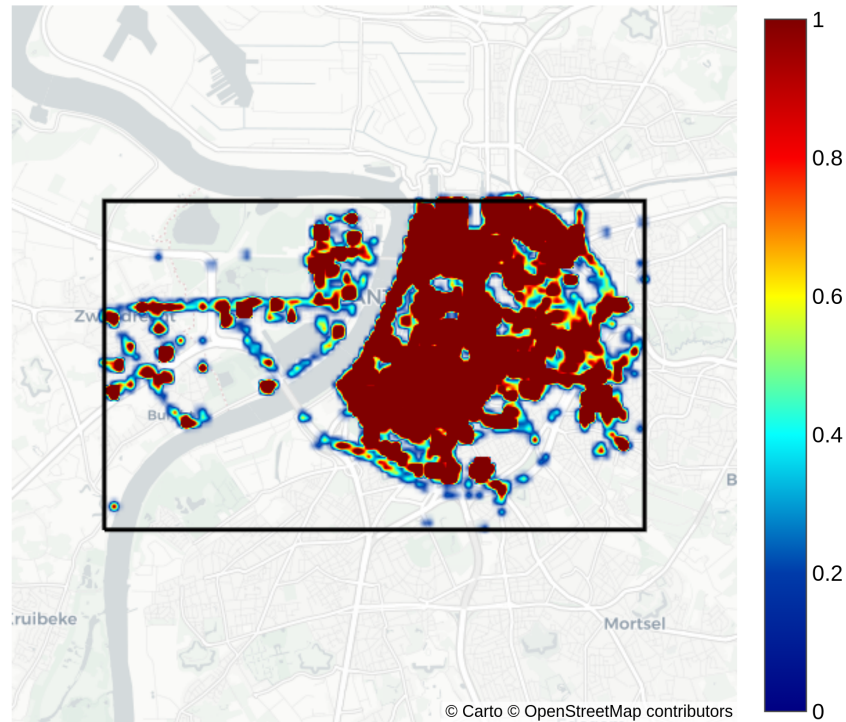
3.1.1 *Dataset* de Aernouts *et al.* (2018)

Este *dataset* público de transmissões LoRaWAN, coletado na cidade de Antuérpia na Bélgica, conta com mais de 130 mil pacotes, transmitidos por 23 dispositivos (nós alvo), forneceu os seguintes dados para cada pacote recebido pelos nós âncoras:

- Posição Real (*Ground Truth*): As coordenadas geográficas (latitude e longitude) do nó alvo, registradas por um receptor GPS. Um indicador de qualidade da medição de GPS, o Diluição Horizontal de Precisão, do inglês *Horizontal Dilution of Precision* (HDOP) foi utilizado na etapa de pré-processamento.
- Dados dos Nós Âncora: Um conjunto de registros de cada nó âncora que recebeu a transmissão. Deste conjunto, foram extraídas as seguintes informações:
 - A intensidade do sinal recebido (RSSI), utilizada pelos métodos baseados nesta métrica.
 - O carimbo de tempo (*timestamp*) de recebimento do pacote, que foi utilizado quando especificado no *dataset* que houve sincronização acurada por GPS, sendo a base para os métodos TDoA.
- Localização dos Nós Âncora: As coordenadas geográficas de cada nó âncora foram obtidas de um arquivo complementar ao *dataset*.

Uma análise exploratória dos dados permitiu entender a distribuição dos dados de *ground truth* em um mapa de calor, como mostra a Figura 5. Para o mapa de calor foi definido um raio de influência de 4 pixels para agregação das estimativas de posição. A escala de cores foi normalizada de 0 a 1 baseada na área definida pelo raio de influência de modo que o valor máximo representa a maior concentração de ocorrências acumuladas dentro do raio definido, permitindo a visualização da distribuição relativa dos dados. Desta forma foi determinada a área de interesse em preto, de aproximadamente 53,07 km², que está de acordo com os trabalhos de Aernouts *et al.* (2018), Telles, Rayel e Moritz (2022), que também utilizaram este *dataset*.

Figura 5 – Mapa de calor das posições reais (*ground truth*) contidas na área de interesse escolhida



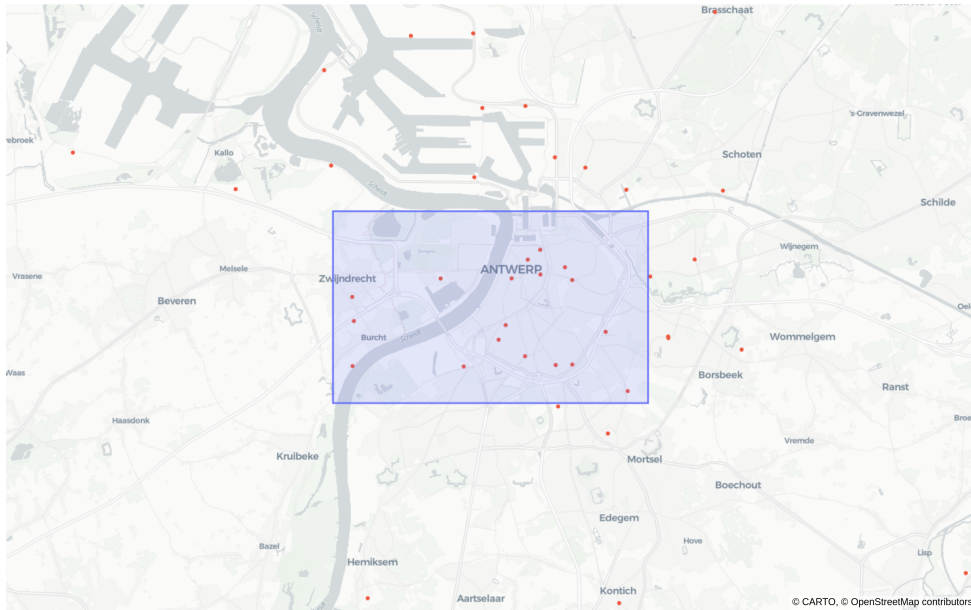
Fonte: Autoria própria.

A Figura 6 apresenta a distribuição geográfica dos nós âncora, representados como pontos vermelhos, sobrepostos à área de interesse destacada pelo retângulo azul. Adicionalmente, a Figura 7 ilustra a distribuição dos valores de RSSI. Já a Figura 8 ilustra o número de nós âncora por transmissão no *dataset*, na qual é notável que 57,54% das transmissões foi recebida por menos de 3 nós âncora. Para entender o comportamento real dos dispositivos, os dados das posições reais dos nós alvo foram agrupados em trilhas, onde cada uma representa um dispositivo com as transmissões ordenadas por tempo, através dos *timestamps* disponíveis no *dataset*, e algumas destas trilhas podem ser visualizadas na Figura 9, cada cor representa um nó alvo. Pode-se perceber que as trilhas se mantêm concentradas na área de interesse previamente definida.

3.2 Pré-processamento e Filtragem de Dados

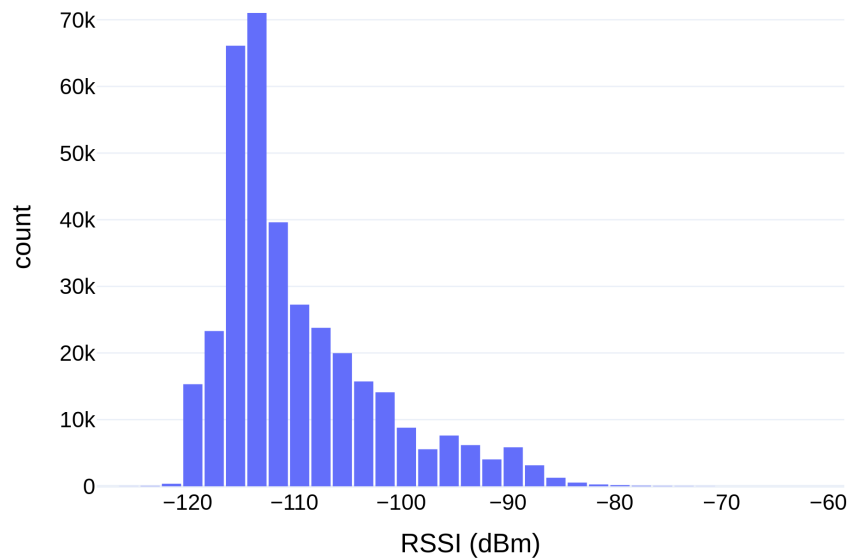
Para assegurar a validade das simulações, foi aplicado um processo de filtragem em múltiplas etapas:

Figura 6 – Distribuição dos nós âncora e área de interesse



Fonte: Autoria própria.

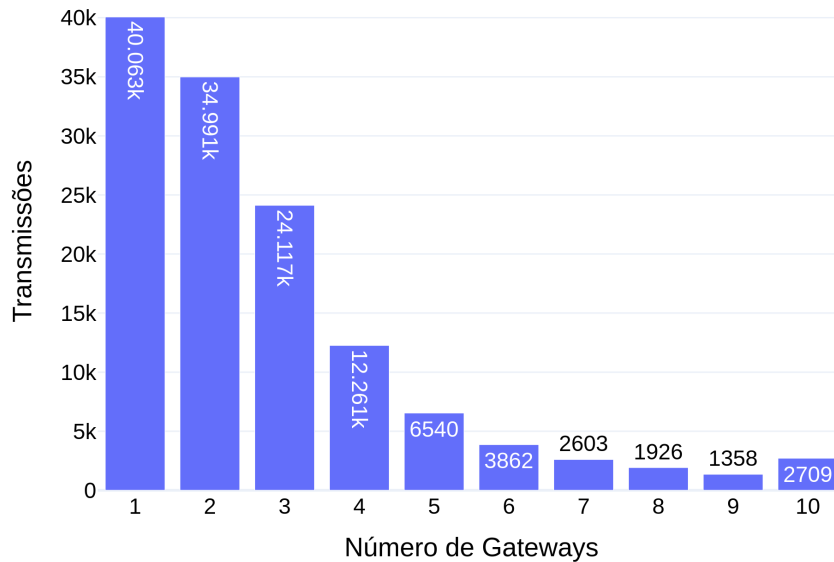
Figura 7 – Distribuição dos valores de RSSI recebidos pelos nós âncora



Fonte: Autoria própria.

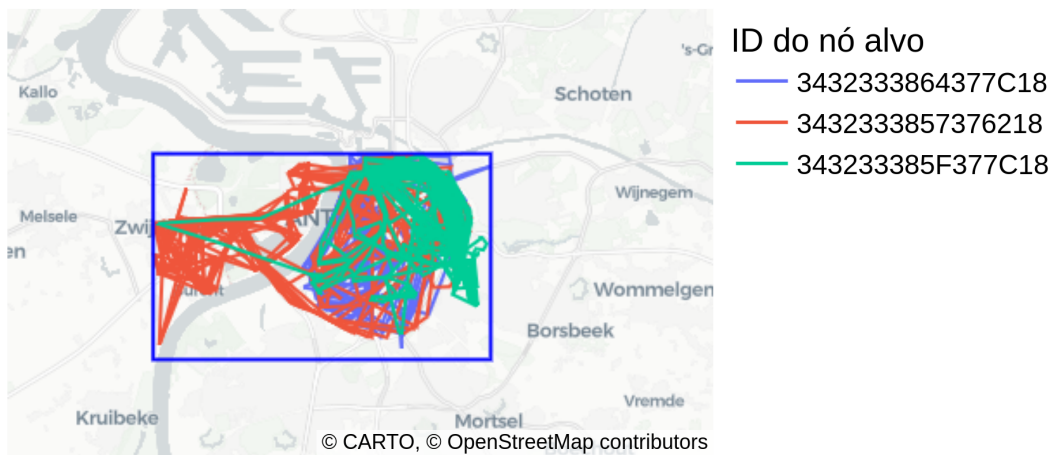
1. Filtragem de Pacotes (Pré-processamento): Na referência de classificação geral de acordo com Isik *et al.* (2020), valores de HDOP inferiores a 5,0 são classificados de boa confiabilidade. Logo, para a filtragem inicial, todos os pacotes do *dataset* com um HDOP superior a 5,0 foram descartados, o que significa que a geometria dos satélites é adequada para a triangulação e, portanto, removendo registros de *ground truth* com baixa confiabilidade.

Figura 8 – Quantidade de transmissões pela quantidade de nós âncora que receberão as transmissões



Fonte: Autoria própria.

Figura 9 – Trilhas das posições reais dos dispositivos



Fonte: Autoria própria.

2. Requisito de Mínimo de Nós Âncora: Para cada pacote restante, os métodos de localização foram aplicados apenas se um número mínimo de 3 nós âncora estivesse disponível (tanto para métodos RSSI quanto TDoA), como discutido na Seção 2.
3. Filtragem de Pós-estimativa (Intra-simulação): Todas as estimativas de posição (latitude, longitude) geradas por qualquer algoritmo foram submetidas a uma validação

geométrica. Estimativas localizadas fora da área de interesse foram descartadas, esta estratégia visa atenuar erros de estimação extremos.

4. Filtragem RANSAC (Específica para TDoA): Um algoritmo RANSAC foi implementado para um dos métodos TDoA. Este método requer um mínimo de 4 nós âncora, executa 50 iterações para cada estimativa de posição e utiliza um limiar de consenso de 500 metros para identificar e remover medições *outliers* antes de calcular a posição final.

O número total de estimativas de posição válidas após a aplicação de todas as etapas de filtragem varia entre os métodos e será apresentado detalhadamente no Capítulo 4.

3.3 Métodos de Localização

Os pacotes pré-processados, agrupados em trilhas por nó âncora (23 trilhas) e temporalmente ordenados, foram submetidos a um conjunto de algoritmos de localização, e quando necessário, foram utilizados *solvers* para as equações.

3.3.1 Métodos Baseados em RSSI

Os métodos de localização baseados em RSSI utilizam a intensidade do sinal recebido para estimar a distância entre o nó alvo e os nós âncora. A estimativa de distância fundamenta-se no modelo de perda de percurso expresso por (2) e (3). A acurácia da estimativa depende diretamente da definição adequada dos parâmetros do modelo: a potência de referência (A) e o expoente de perda de percurso (n), que reflete a taxa de atenuação do sinal no meio.

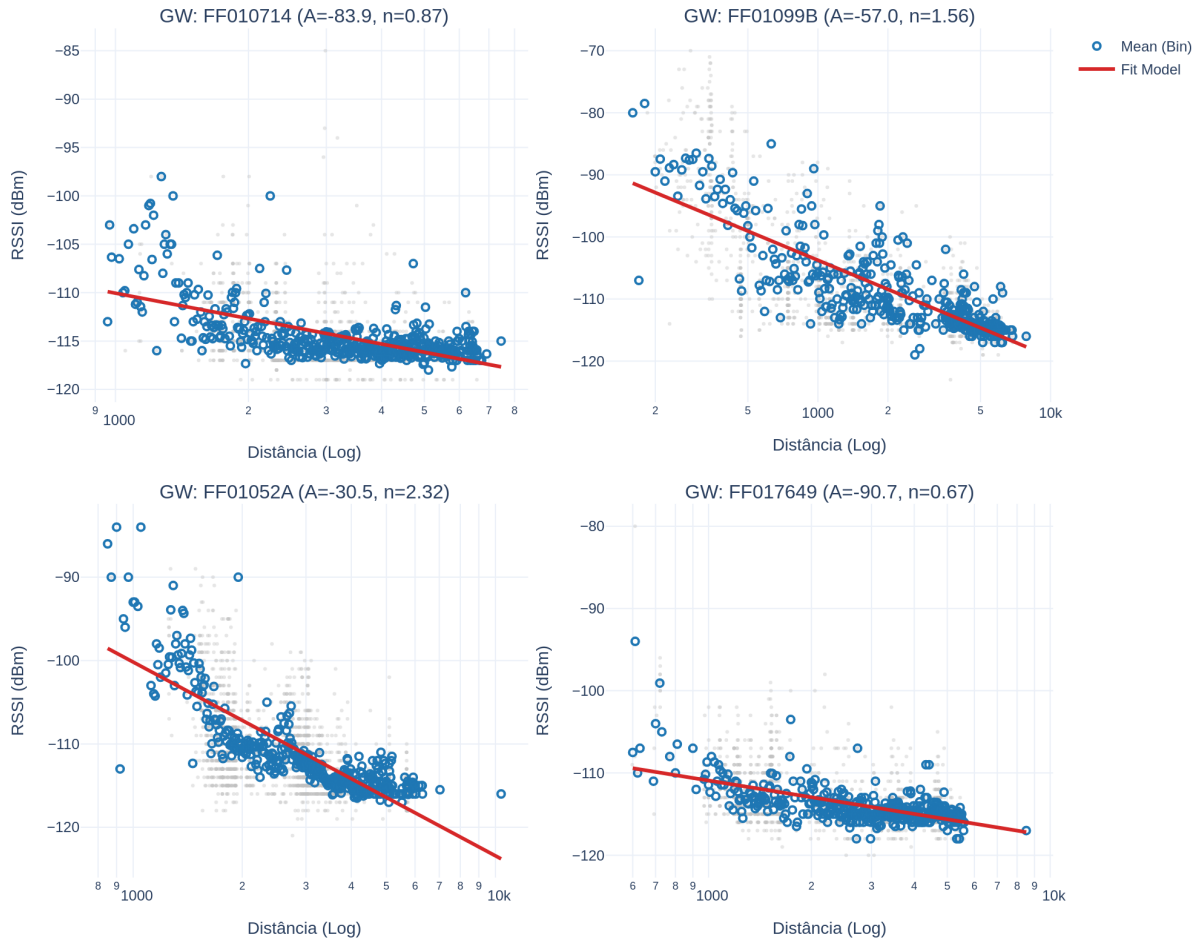
Para a definição destes parâmetros, foram avaliadas duas abordagens distintas: a calibração empírica baseada nos dados do *dataset* e a utilização de valores padronizados da literatura para ambientes urbanos.

A primeira abordagem, de caráter empírico, utilizou o *dataset* para extrair os parâmetros de propagação específicos do ambiente de Antuérpia para cada nó âncora. Para cada transmissão com HDOP menor que 5,0, foi utilizada a distância entre a posição conhecida dos nós alvo e nós âncora que receberam o pacote. Os dados foram então correlacionados, associando o *ground truth* ao respectivo valor de RSSI medido. Através da regressão linear com Mínimos Quadrados, aplicado aos dados (RSSI *versus* logaritmo da distância), estimaram-se os valores de intercepto (A) e inclinação da reta (n) para cada nó âncora. A Figura 10 exemplifica o modelo de regressão linear obtido a partir da dispersão dos dados reais de quatro das âncoras.

A segunda abordagem consistiu na adoção de parâmetros baseados em modelos teóricos consolidados para ambientes urbanos. Nesta configuração, fixou-se o expoente de perda de percurso em $n = 2,7$, valor na faixa sugerida por Goldsmith (2005) para cenários urbanos. O parâmetro A foi ajustado como uma média da calibração de todos os nós âncora com n fixo.

Então, para as duas abordagens, a posição do nó alvo foi calculada por dois métodos distintos:

Figura 10 – Dispersão dos valores de RSSI em função da distância e reta de regressão linear para determinação dos parâmetros de perda de percurso



Fonte: Autoria própria.

- Centroe Ponderado (WCL): A estimativa de posição de cada nó âncora em um eixo é determinada por (5) e o parâmetro g foi definido como 2,0 conforme Telles, Rayel e Moritz (2022).
- Multilateração (MLAT-LSE): A distância de cada nó âncora ao nó alvo foi estimada por (3). A posição estimada é resultado da solução do sistema de equações de circunferências formados pelas estimativas para cada nó âncora. O objetivo é encontrar a coordenada (x, y) que satisfaça, ou minimize o erro, do seguinte sistema:

$$\begin{cases} (x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 = \hat{d}_1^2 \\ (x - x_2)^2 + (y - y_2)^2 = \hat{d}_2^2 \\ \vdots \\ (x - x_n)^2 + (y - y_n)^2 = \hat{d}_n^2 \end{cases}, \quad (7)$$

considerando um conjunto de n nós âncora, onde a posição de cada nó i é conhecida como (x_i, y_i) e a distância estimada até o nó alvo (x, y) é dada por \hat{d}_i (obtida através

do RSSI). Para solucionar esse sistema durante a simulação, foi utilizado um *solver* de Mínimos Quadrados Linear (LSE).

Após a execução das simulações de localização utilizando ambas as configurações de parâmetros, constatou-se que a segunda abordagem, utilizando o valor padronizado de $n = 2,7$, resultou em uma redução de 4,1% no erro médio, 9,61% na mediana para o WCL, já para a Multilateração, reduziu o erro médio e a mediana em 12,11% e 10,61% respectivamente. Portanto, os resultados apresentados no Capítulo 4 referem-se às simulações realizadas com os parâmetros definidos pela segunda abordagem.

3.3.2 Métodos Baseados em TDoA

As técnicas baseadas em TDoA foram implementadas com base nos *timestamps* de tempo de chegada disponíveis no *dataset*. Estes métodos utilizam a diferença no tempo de chegada entre os nós âncora e a velocidade da luz para definir um sistema de equações hiperbólicas. Os métodos foram divididos em:

- TDoA-LM: A posição do nó alvo (x, y) foi estimada, assumindo o nó âncora 1 como referência, resolvendo o seguinte sistema de equações não-linear através do otimizador LM:

$$\begin{cases} \sqrt{(x - x_2)^2 + (y - y_2)^2} - \sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2} = c \cdot (t_2 - t_1) \\ \sqrt{(x - x_3)^2 + (y - y_3)^2} - \sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2} = c \cdot (t_3 - t_1) \\ \vdots \\ \sqrt{(x - x_n)^2 + (y - y_n)^2} - \sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2} = c \cdot (t_n - t_1) \end{cases}, \quad (8)$$

o sistema de equações é construído baseado em (4), para i nós âncora com (x_i, y_i) conhecidos, considerando c a velocidade da luz e t_i o tempo de chegada no nó i .

- TDoA-RANSAC: Posição também estimada utilizando o *solver* LM, mas aplicada apenas ao conjunto de nós âncora validados pelo processo de remoção de *outliers* RANSAC.

3.3.3 Filtragem e Fusão de Dados

As sequências de posições estimadas pelos métodos-base foram então processadas por técnicas de filtragem e fusão visando melhorias na acurácia.

3.3.3.1 Filtro de Kalman

Um Filtro de Kalman linear, baseado em um modelo de velocidade constante, foi implementado e aplicado independentemente à série temporal de estimativas de posição de cada um dos métodos-base descritos nas Seções 3.3.1 e 3.3.2.

- **Modelo:** O filtro estima o estado do dispositivo composto por sua posição (p) e velocidade (v) nos eixos cartesianos. A projeção do estado para o instante atual k , baseada no estado anterior $k - 1$ e no intervalo de tempo variável Δt entre pacotes, é descrita pelas equações $\hat{p}_k = \hat{p}_{k-1} + \hat{v}_{k-1} \cdot \Delta t$ e $\hat{v}_k = \hat{v}_{k-1}$. Este modelo assume, na etapa de predição, que a velocidade se mantém inalterada durante o intervalo Δt , sendo as variações tratadas como ruído do processo. A etapa de medição considera, através da matriz de observação C , apenas as componentes de posição (p_x, p_y) como observáveis.
- **Inicialização:** Para cada trilha de dispositivo, o vetor de estado foi inicializado com posição e velocidade nulas e a covariância do erro da própria estimativa foi iniciada com um valor de 100. Esta magnitude elevada foi escolhida para representar a alta incerteza inicial do sistema. Como a estimativa inicial é zero e não corresponde à posição real do dispositivo, uma covariância alta instrui o filtro a atribuir mais peso à primeira medição recebida.
- **Parâmetros de Ruído:** A covariância do ruído do processo foi definida com um valor fixo (0,1). Este valor reduzido justifica-se pela premissa de que o movimento dos nós alvo apresenta inércia, resultando em trajetórias suaves com poucas variações bruscas que desviem significativamente do modelo de velocidade constante projetado. A covariância do ruído de medição foi configurada individualmente, refletindo a confiança na estimativa de cada método: 300 para Centroide Ponderado e MLAT-LSE (maior incerteza), e valores menores, como 100 e 50, para os métodos TDoA-LM e TDoA-RANSAC, indicando maior confiança nestas medições.
- **Período de Convergência (*Warmup*):** Para garantir a estabilidade do filtro, as primeiras 10 estimativas de cada trilha de dispositivo foram descartadas dos resultados.

3.3.3.2 Fusão de Dados

Foi implementado o algoritmo de fusão de dados baseado no modelo TFP utilizado em Fabris *et al.* (2025). Este método foi utilizado para fundir as estimativas de dois métodos específicos, um método baseado em RSSI e outro em TDoA: WCL e TDoA-LM. A implementação utiliza dois Filtros de Kalman internos, um para cada método de entrada, e executa um ciclo de fusão em duas etapas, cuja estrutura lógica é apresentada no algoritmo 2:

- **Predição Fundida:** As predições de estado de ambos os filtros são combinadas para gerar uma predição de estado fundido.

- **Atualização e Estimativa Fundida:** A predição fundida é usada para atualizar o estado com base nas medições locais de WCL e TDoA. As estimativas de estado atualizadas são então combinadas para produzir a estimativa de estado final.

O estado e a covariância fundidos resultantes são então realimentados para ambos os filtros internos, atualizando-os para a próxima iteração. O intervalo de tempo para este processo de fusão é calculado apenas nos momentos em que ambas as estimativas (WCL e TDoA-LM) estão disponíveis e válidas.

Algoritmo 2 – Fusão de Dados ARFL (TDoA-LM + WCL)

```

requer Medições atuais  $z_{TDoA}$  e  $z_{WCL}$ 
requer Filtros de Kalman internos  $KF_{TDoA}$  e  $KF_{WCL}$ 
inserir Estimativa de posição final  $\hat{P}_{fusao}$ 
1: se  $z_{TDoA}$  está disponível and  $z_{WCL}$  está disponível então
2:   {1. Predição Individual}
3:   Projetar estados ( $x^-$ ) e covariâncias ( $P^-$ ) para  $KF_{TDoA}$  e  $KF_{WCL}$ 
4:   {2. Fusão das Predições}
5:   Calcular pesos baseados nas inversas das covariâncias  $P^-$ 
6:    $\hat{P}_{pred} \leftarrow$  Fusão ponderada das predições de ambos os filtros
7:   {3. Correção Local}
8:   Corrigir  $KF_{TDoA}$  usando medição  $z_{TDoA}$  e a predição fundida  $\hat{P}_{pred}$ 
9:   Corrigir  $KF_{WCL}$  usando medição  $z_{WCL}$  e a predição fundida  $\hat{P}_{pred}$ 
10:  {4. Fusão Final e Realimentação}
11:  Calcular pesos baseados nas covariâncias atualizadas  $P^+$ 
12:   $\hat{P}_{fusao} \leftarrow$  Fusão ponderada das estimativas corrigidas
13:  Atualizar estados internos de  $KF_{TDoA}$  e  $KF_{WCL}$  com  $\hat{P}_{fusao}$ 
14: senão,
15:   Executar filtro disponível individualmente (sem fusão)
16:    $\hat{P}_{fusao} \leftarrow$  Estimativa do filtro disponível
17: finaliza se
18: retorna  $\hat{P}_{fusao}$ 

```

Fonte: Autoria própria.

3.3.4 Métricas de Avaliação

A acurácia de cada método (base, filtrado e fundido) foi avaliada utilizando a métrica de erro absoluto, definida como a distância euclidiana (em metros) entre a posição estimada e a posição real (*ground truth*) do nó alvo em coordenadas cartesianas, convertidas a partir da latitude e longitude. Adicionalmente, a área de interesse total, definida anteriormente neste Capítulo, foi utilizada como referência para o cálculo do erro relativo, definido como a área do círculo de erro $A_c = \pi \cdot \text{Erro Absoluto}^2$ dividida pela área de interesse total, e desta forma permitindo uma análise normalizada da acurácia dos métodos. O desempenho comparativo dos métodos também será apresentado através da Função de Distribuição Acumulada, do inglês *Cumulative Distribution Function* (CDF) dos erros. A CDF permite que sejam avaliados de forma completa os erros dos algoritmos de localização utilizados, permitindo avaliar e comparar estes algoritmos. No Capítulo 4 estes resultados serão discutidos.

4 RESULTADOS

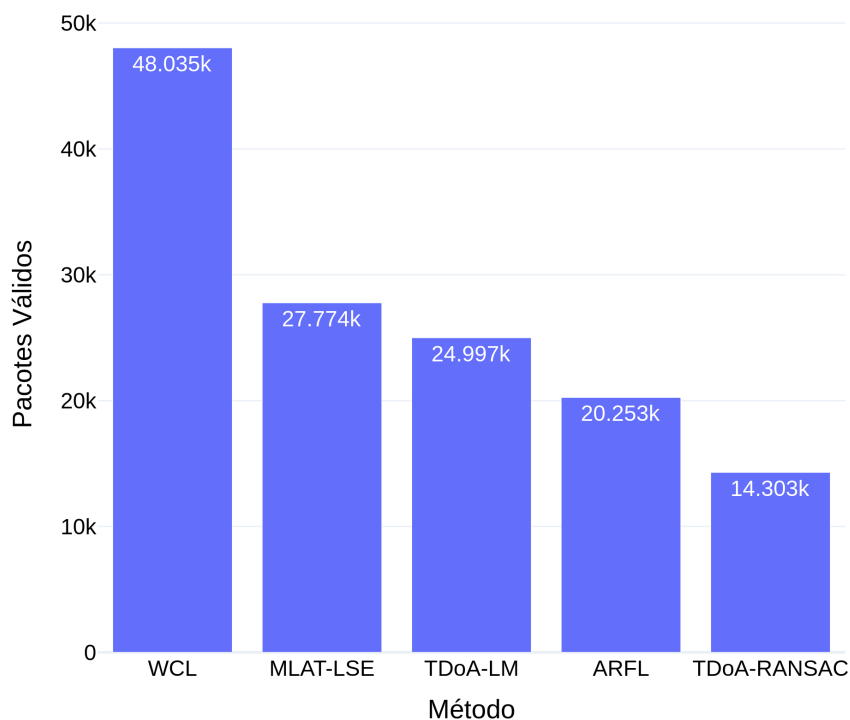
Este Capítulo apresenta os resultados obtidos através da aplicação das metodologias de simulação descritas na Seção 3. A análise inicia-se pela quantificação das transmissões válidas após as etapas de filtragem, seguida da avaliação de desempenho das métricas de localização para cada algoritmo proposto.

4.1 Transmissões Válidas

No processo de simulação, detalhado na Seção 3.2, foram aplicados uma série de filtros para garantir a qualidade dos dados. Este processo descarta pacotes com *ground truth* de baixa confiabilidade ($HDOP > 5,0$), pacotes que não atendem ao requisito mínimo de nós âncora (3 para RSSI/TDoA-LM e 4 para TDoA-RANSAC), ou estimativas finais de posição fora da área de interesse geográfico predefinida.

A Figura 11 ilustra a contagem final de estimativas de posição válidas para cada método após a aplicação de todos os filtros, com exceção dos métodos com o filtro de Kalman para melhor visualização, pois apresentam o mesmo número de estimativas válidas que seus métodos-base.

Figura 11 – Contagem de estimativas de posição válidas por método



Fonte: Autoria própria.

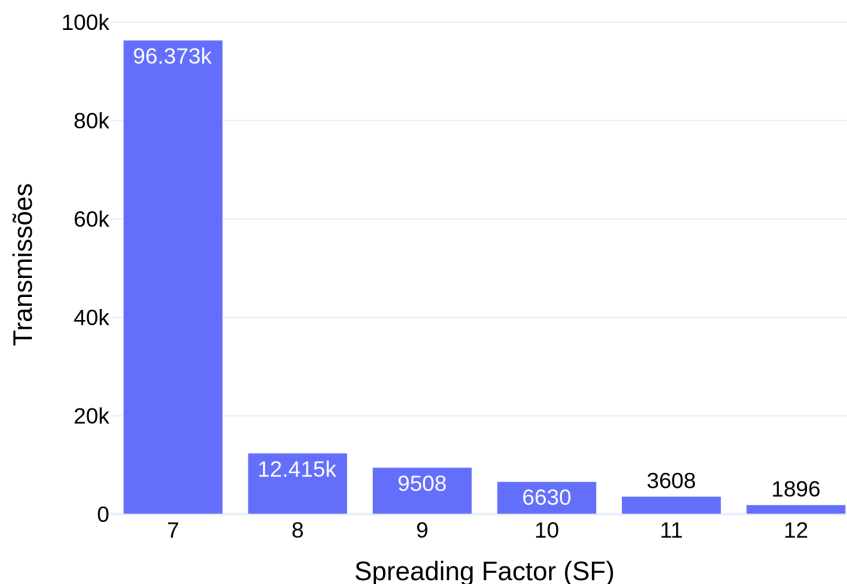
Pode-se observar uma variação significativa no número de estimativas válidas. Os métodos baseados em RSSI (WCL e MLAT-LSE) detêm o maior número de pacotes válidos. Os

métodos TDoA apresentam uma contagem menor, pois dependem de *timestamps* sincronizados por GPS, que não estão presentes em todos os pacotes do *dataset*. Além disso, todos os métodos passaram pelo filtro intra-simulação que também afeta o número de pacotes válidos.

O método TDoA-RANSAC tem a menor contagem de pacotes válidos, uma vez que exige um mínimo de 4 nós âncora. O método de fusão ARFL também apresenta uma contagem reduzida, pois requer que as estimativas de WCL e TDoA-LM sejam válidas simultaneamente para o mesmo pacote.

Um fator que influencia diretamente na quantidade de nós âncora que recebem os pacotes é o SF ou Fator de Espalhamento utilizado. Pacotes transmitidos com um SF maior conseguem ser recebidos em um alcance também maior. A Figura 12 ilustra a distribuição de SF no *dataset* de Aernouts *et al.* (2018). A maioria das transmissões utiliza SF de 7, que possui

Figura 12 – Distribuição do Fator de espalhamento (SF)



Fonte: Autoria própria.

o menor alcance. Isso pode explicar parcialmente por que uma grande fração dos pacotes foi recebida por menos de três nós âncora (conforme Figura 8). A utilização de um SF maior (11 ou 12) aumentaria o alcance da transmissão e, consequentemente, a probabilidade de um pacote ser recebido por um número maior de nós âncora, beneficiando diretamente a viabilidade e acurácia dos métodos de localização.

Ademais, os parâmetros do modelo de perda de percurso, especificamente o RSSI de referência (A) e o expoente de perda de percurso (n), variam entre diferentes valores de SF, o que influencia nas estimativas.

4.2 Resultados dos Métodos de Localização

O desempenho de cada algoritmo foi avaliado por duas métricas principais: o Erro Absoluto, definido como a distância Euclidiana (em metros) entre a posição estimada e a posição real (*ground truth*); e o Erro Relativo, conforme a Seção 3.3.4, como uma porcentagem da área de interesse predefinida.

A Tabela 2 sintetiza as principais estatísticas de erro para todos os métodos avaliados, e a porcentagem de pacotes removidos (% Remov.) após a aplicação de todos os filtros.

Tabela 2 – Métricas de desempenho dos algoritmos de localização.

Método	Erro absoluto (m)					Erro relativo (%)		
	Média	Mediana	Max.	Min.	% Remov.	Média	Mediana	Max.
WCL (Centroide ponderado)	518,67	374,24	5860,54	1,01	63,17	2,85	0,83	203,32
WCL+Kalman	449,35	334,24	5410,90	2,05	-	2,00	0,66	173,32
MLAT-LSE	1703,89	1509,41	7671,37	2,12	78,71	23,69	13,49	348,37
MLAT-LSE+Kalman	1386,66	1224,98	6822,90	5,11	-	15,63	8,88	275,57
TD0A-LM	440,22	296,27	7259,89	1,71	80,83	2,53	0,52	312,00
TD0A-LM+Kalman	377,95	284,07	6085,41	2,37	-	1,58	0,48	219,22
TD0A-RANSAC	425,77	275,08	7575,04	3,17	89,03	2,62	0,45	339,68
TD0A-RANSAC+Kalman	386,13	269,17	7130,38	2,44	-	1,92	0,43	300,97
ARFL (Fusão WCL + TD0A-LM)	423,42	349,14	3954,19	1,73	84,47	1,66	0,72	92,56

Fonte: Autoria própria.

A partir da Tabela 2, observa-se que os métodos baseados em RSSI apresentaram os maiores erros médios e maiores medianas, com o MLAT-LSE exibindo o pior desempenho. O Filtro de Kalman proporcionou uma redução consistente no erro médio e na mediana para todos os métodos aos quais foi aplicado. Métodos como WCL e TD0A-RANSAC obtiveram, respectivamente, uma redução no erro absoluto médio de 13,36% e 9,31%, e uma redução de 10,69% e 2,15% na mediana do erro.

Os métodos baseados em TD0A (TD0A-LM e TD0A-RANSAC) demonstraram um desempenho superior aos métodos RSSI, reduzindo o erro médio em 14,07%, numa comparação com TD0A-RANSAC+Kalman e WCL+Kalman. A aplicação do RANSAC (TD0A-RANSAC) foi eficaz na redução do erro médio e mediana em comparação com o TD0A-LM padrão (3,28% e 7,15% respectivamente), indicando que a estratégia atenuou alguns dos *outliers*.

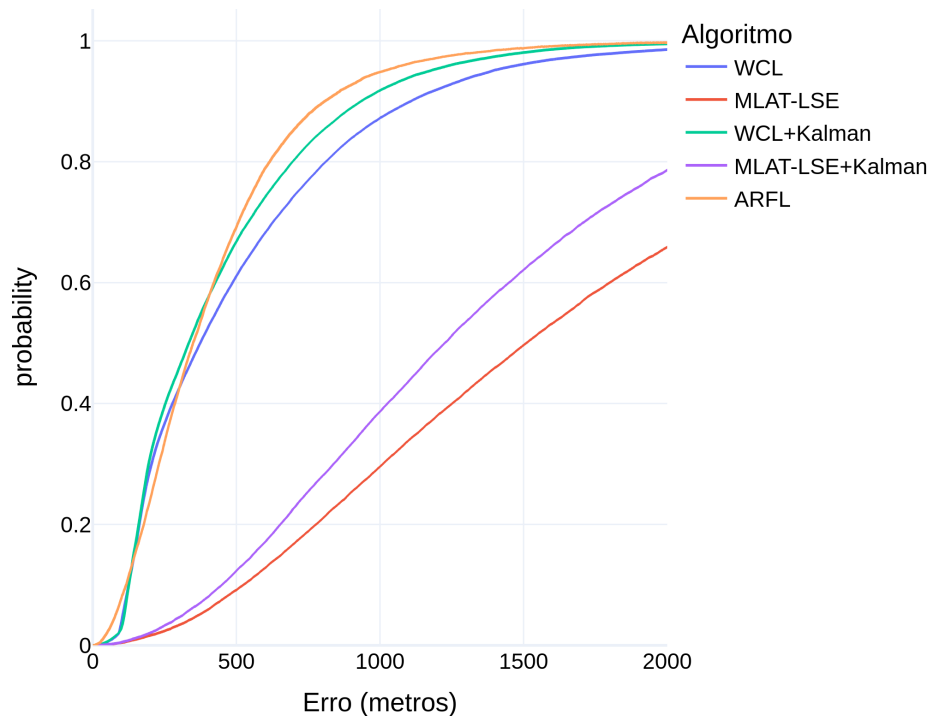
O método de fusão de dados (ARFL) não alcançou o menor erro médio, a técnica WCL+Kalman obteve um erro 4,27% menor. Porém, o método ARFL reduziu em 26,92% o erro máximo, sugerindo que em probabilidades mais altas, a fusão apresentou um melhor desempenho.

Em todos os casos, os valores da mediana são consistentemente inferiores aos da média, indicando uma distribuição de erro assimétrica, com uma maior concentração de erros em valores mais baixos.

Para uma análise mais detalhada e completa da distribuição dos erros, as CDF são apresentadas na Figura 13, que compara o desempenho dos métodos baseados em RSSI. As curvas para WCL e WCL+Kalman indicam que uma maior porcentagem das suas estimati-

vas possui um erro menor em comparação com os métodos MLAT-LSE. É possível confirmar que o método ARFL obteve os menores erros em probabilidades mais altas, em relação ao WCL+Kalman, reduziu o erro em 11,37% numa probabilidade de 80%.

Figura 13 – CDF do erro absoluto para os métodos baseados em RSSI



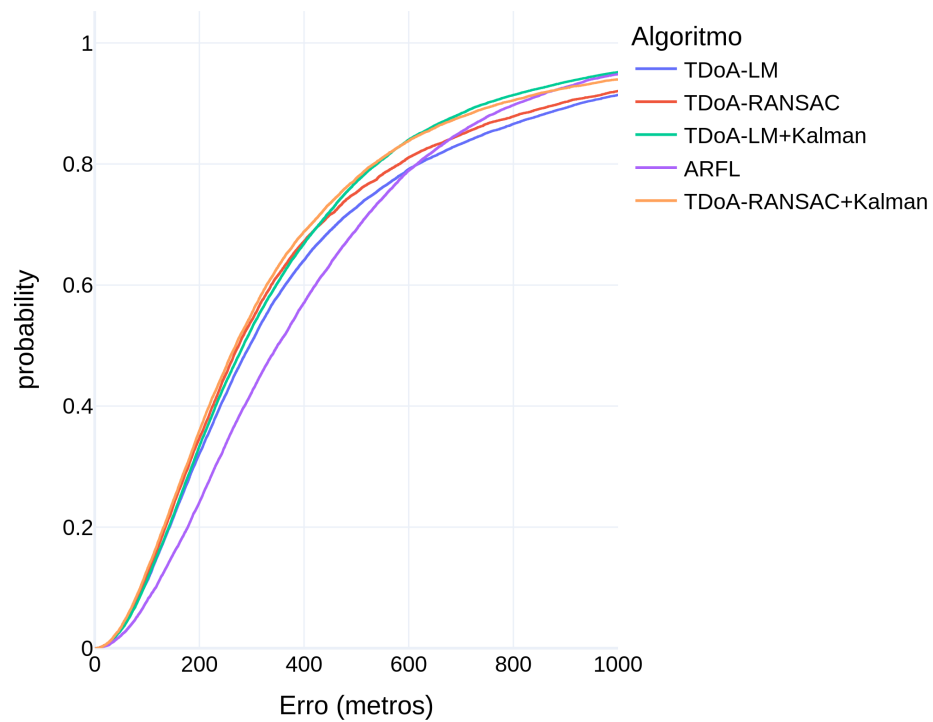
Fonte: Autoria própria.

A Figura 14 apresenta a CDF para os métodos baseados em TDoA. Observa-se que: o método TDoA-LM base já demonstra um bom desempenho, e este método com o filtro de Kalman (TDoA-LM+Kalman) apresenta melhoria, superando até mesmo o TDoA-RANSAC em probabilidades maiores a cerca de 70%. Já TDoA-RANSAC+Kalman demonstra a maior acurácia dentro deste grupo na maior parte das estimativas.

Adicionalmente, a Figura 15 compara os métodos mais relevantes de cada categoria: o método RSSI de melhor desempenho (WCL+Kalman), os métodos TDoA de melhor desempenho (TDoA-LM+Kalman e TDoA-RANSAC+Kalman) e o método de fusão (ARFL). A curva do TDoA-RANSAC+Kalman demonstra a maior inclinação inicial, seguido de TDoA-LM+Kalman. Já o método WCL+Kalman destaca-se pela sua acurácia, mesmo com um maior número de estimativas válidas, como ilustrado na Figura 11.

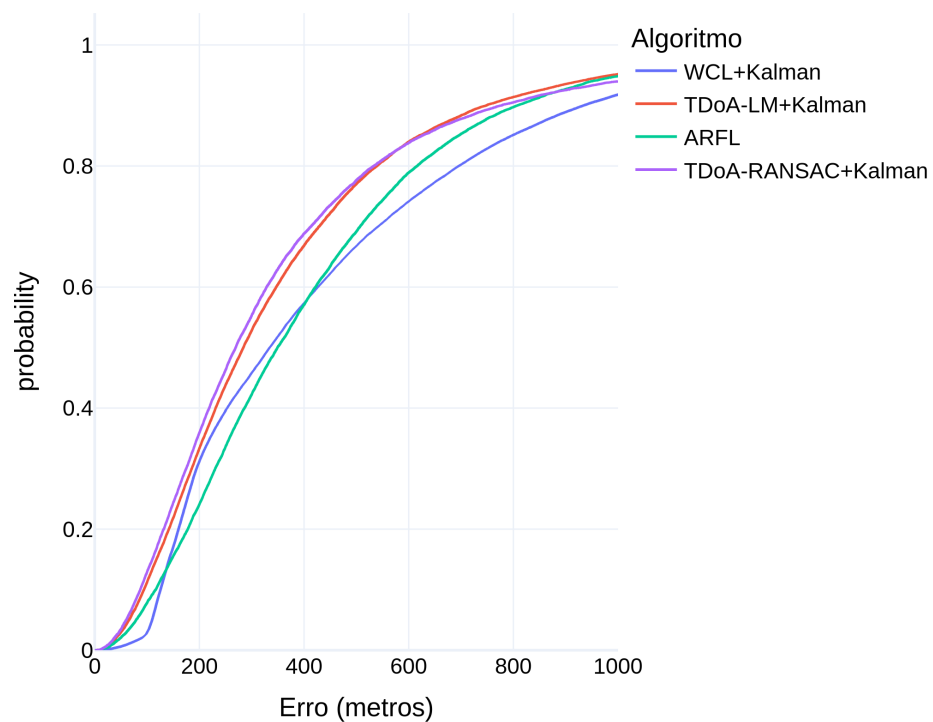
Como explicita a Tabela 2, os métodos obtiveram diferentes quantidades de estimativas válidas. A Figura 16 ilustra a distribuição espacial das estimativas válidas geradas pelo método TDoA-RANSAC, que descartou cerca de 89% dos dados, evidenciando as áreas onde o algoritmo obteve a maior concentração das suas estimativas.

Figura 14 – CDF do erro absoluto para os métodos baseados em TDoA



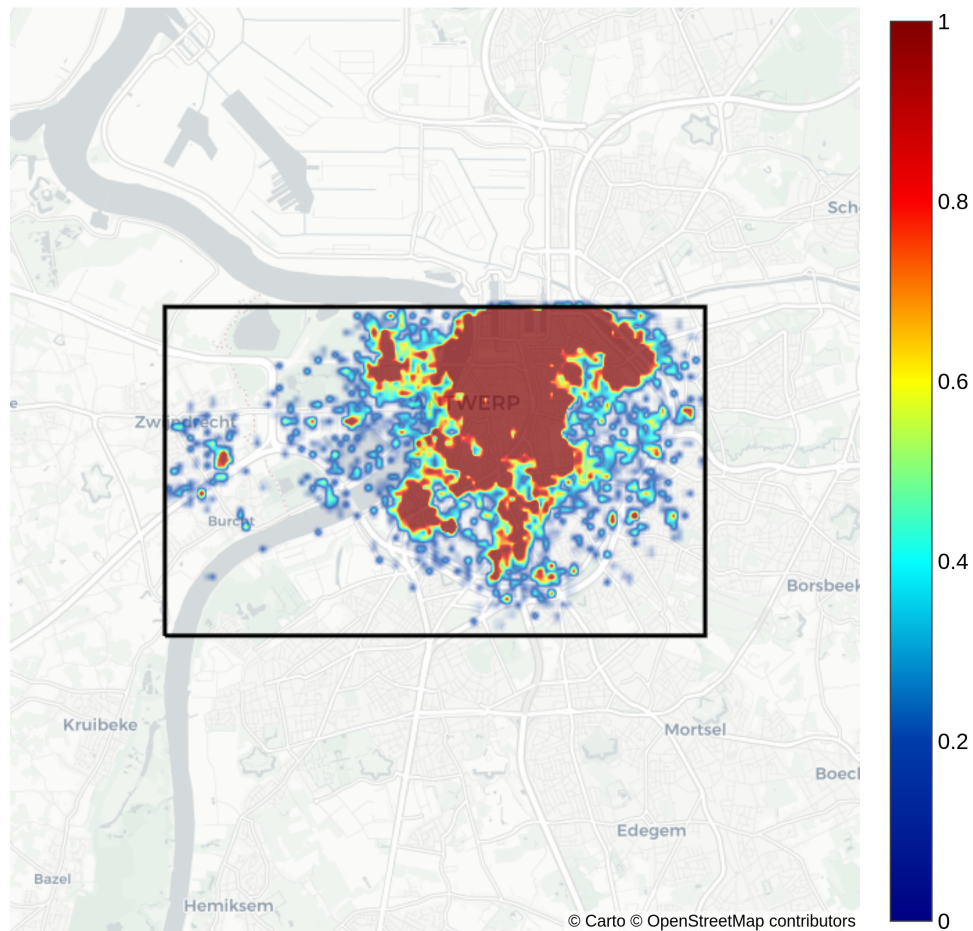
Fonte: Autoria própria.

Figura 15 – CDF do erro absoluto para os métodos em destaque



Fonte: Autoria própria.

Figura 16 – Mapa de calor das estimativas válidas do método TDoA-RANSAC+Kalman



Fonte: Autoria própria.

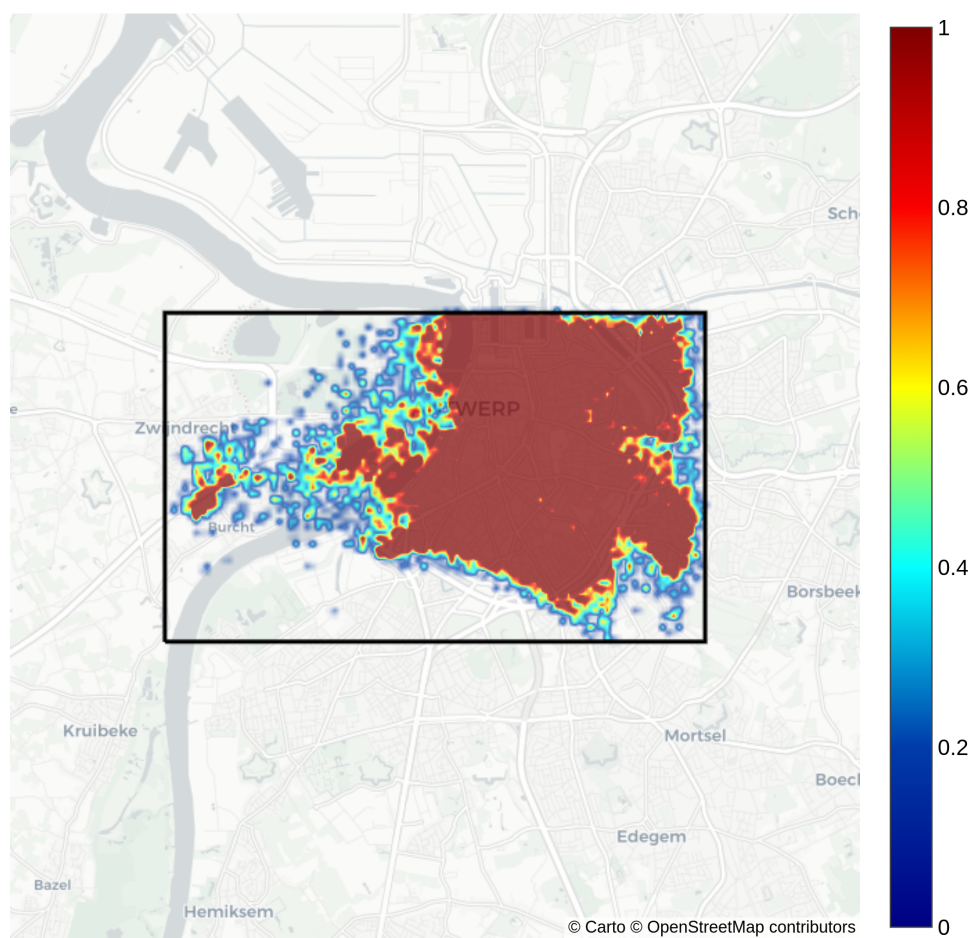
Para comparação, a Figura 17 mostra a distribuição das estimativas válidas do método WCL+Kalman, sendo este, aliado ao WCL base, os algoritmos com mais estimativas válidas, removendo cerca de 63% dos pacotes.

A análise comparativa permite estabelecer a distinção entre as abordagens:

- Métodos mais acurados (ex: TDoA-RANSAC): Apresentam menor erro de forma geral, porém baixa disponibilidade. São suscetíveis à perda de cobertura em áreas com menor densidade de nós âncora.
- Métodos com maior cobertura (ex: WCL+Kalman): Mantêm a estimativa de posição para mais que o triplo do número de pacotes válidos do método TDoA-RANSAC, garantindo maior cobertura, contudo, assumem um erro superior de forma geral.

Esta relação justificou a escolha do algoritmo TDoA-LM em detrimento do TDoA-RANSAC para a composição do método de fusão ARFL. Embora o RANSAC ofereça maior acurácia individual, sua alta rejeição de pacotes reduz também a quantidade de estimativas válidas que estariam simultaneamente disponíveis para a fusão.

Figura 17 – Mapa de calor das estimativas válidas do método WCL+Kalman



Fonte: Autoria própria.

5 CONCLUSÃO

O presente trabalho avaliou o desempenho de métodos de localização em redes LoRaWAN, utilizando técnicas baseadas em RSSI e TDoA, aplicadas a um cenário urbano real. As simulações realizadas permitiram quantificar a acurácia dos algoritmos-base, associados às técnicas de filtragem estocástica e fusão de dados. A análise dos resultados evidencia que a viabilidade da geolocalização em redes LPWAN depende diretamente da calibração dos modelos de propagação, da robustez contra outliers e do equilíbrio entre acurácia e disponibilidade do serviço.

Com o intuito de assegurar a reprodutibilidade das simulações computacionais, todo o código-fonte encontra-se disponível em repositório público ¹.

5.1 Impacto do Modelo de Propagação e Fator de Espalhamento

A análise dos métodos baseados em RSSI demonstrou que a acurácia da estimativa é sensível à escolha do modelo de path loss. Observou-se que a utilização de um expoente de perda de percurso fixo ($n = 2,7$), fundamentado na literatura para ambientes urbanos, resultou em erros médios inferiores quando comparado à calibração empírica individual por nó âncora realizada com os dados disponíveis.

Adicionalmente, observou-se uma influência do SF na capacidade de localização. A predominância de transmissões com SF 7 no dataset pode ter limitado o alcance dos sinais, resultando em um número reduzido de nós âncora que receberam cada pacote. Transmissões realizadas com SF mais elevados (11 ou 12) tendem a oferecer maior robustez contra ruídos e maior alcance, aumentando a probabilidade de recepção por múltiplos nós âncora. O aumento no quantitativo de nós âncora por transmissão favorece os algoritmos de localização e filtragem de *outliers*, o que indica que redes configuradas para priorizar SFs mais altos podem obter melhores resultados de localização, mesmo com uma menor taxa de dados.

5.2 Equilíbrio entre Acurácia e Cobertura

Um dos aspectos centrais deste estudo reside no equilíbrio entre a acurácia da localização e a cobertura efetiva (disponibilidade das estimativas válidas). Métodos que aplicam filtrações rigorosas para remoção de outliers, como o TDoA-RANSAC, demonstraram capacidade de reduzir o erro médio e mediano. No entanto, essa maior acurácia é obtida através o descarte de um volume significativo de pacotes que não satisfazem os critérios dos filtros aplicados.

Em contrapartida, algoritmos de menor complexidade computacional associados aos filtros de Kalman, especificamente o WCL+Kalman, obtiveram maior disponibilidade do serviço. Embora essa abordagem resulte em erros superiores ao TDoA-RANSAC+Kalman, ela

¹ Disponível em: https://github.com/juliohmb/TCC_AVALIACAO_DE_PRECIS-O_DE_LOCALIZA-O_EM_REDES_LORA

assegura a continuidade do rastreamento em uma maior área de cobertura, como exemplifica a Figura 17 em relação a disponibilidade do TDOA-RANSAC+Kalman ilustrada pela Figura 16.

Dessa forma, o equilíbrio entre acurácia e cobertura deve ser analisado sob a ótica da relação custo-benefício, das restrições energéticas intrínsecas às redes LPWAN e os requisitos da aplicação de interesse.

5.3 Recomendações de Aplicação

Com base no desempenho observado, recomenda-se a segmentação da aplicação dos métodos conforme os requisitos operacionais:

- **Monitoramento de Ativos Críticos:** Para cenários que exigem alta confiabilidade na coordenada estimada e toleram lacunas temporais na atualização (ex: recuperação de veículos roubados ou monitoramento de cargas de alto valor), recomenda-se o uso de métodos baseados em TDoA (TDoA-RANSAC+Kalman e TDoA-LM+Kalman) ou ARFL. A filtragem garante que as estimativas possuam alta probabilidade de estarem próximas à posição real.
- **Gestão de Frotas e Logística Geral:** Em aplicações onde a continuidade das estimativas tem prioridade sobre a acurácia (ex: estimativa de tempo de chegada ou rastreamento de frotas de veículos), recomenda-se o uso de WCL+Kalman. Esta abordagem assegura que o sistema forneça uma maior cobertura.

5.4 Trabalhos Futuros

A continuidade deste estudo pode explorar algumas abordagens para o aprimoramento da localização em redes LPWAN.

No curto prazo, sugere-se o refinamento dos filtros estocásticos. O ajuste fino das matrizes de covariância dos Filtros de Kalman e no algoritmo ARFL pode melhorar a acurácia dos métodos. A implementação de algoritmos adaptativos, que ajustam as covariâncias dinamicamente com base no RSSI em tempo real ou na velocidade estimada do alvo, pode atenuar os erros observados.

Em relação aos parâmetros n e A do modelo de propagação, um ajuste mais refinado, considerando as especificidades do ambiente, ou também, uma estratégia alternativa a que foi utilizada para estimar os parâmetros de todos os nós âncora apresentam potencial para melhorar as estimativas dos métodos de multilateração e centroide ponderado.

No âmbito da coleta de dados para futuros *datasets*, propõe-se a utilização de SF mais altos. Estes experimentos podem ajudar a validar a hipótese de que a maior robustez do sinal e o aumento do número de nós âncora que recebem os sinais resultam em ganhos de acurácia.

Ademais, o estudo de López-Escobar *et al.* (2025) utiliza uma Rede Neural alimentada pelos dados de RSSI e dados de GPS (mais acurados) periódicos. Além da implementação do

modelo com GPS, propõe-se o desenvolvimento de uma Rede Neural que utilize os dados de RSSI e TDoA como entrada para estimar a posição. Uma abordagem que consiste no uso de métodos de alta acurácia e baixa disponibilidade, como o TDoA-RANSAC+Kalman, associado aos dados frequentes de RSSI.

A hipótese principal desta estratégia, é que uma vez treinada, a Rede Neural poderia operar estimando posições com a erros próximos à dos métodos mais acurados, mas com a eficiência energética e a cobertura dos métodos baseados em RSSI. Esta abordagem seria especialmente útil em ambientes onde o GPS não está disponível ou seu uso é inviável devido ao maior consumo energético quando comparado as técnicas abordadas neste estudo.

REFERÊNCIAS

- AERNOUTS, M. *et al.* Sigfox and lorawan datasets for fingerprint localization in large urban and rural areas. **Data**, v. 3, n. 2,, 2018. ISSN 2306-5729. Disponível em: <https://www.mdpi.com/2306-5729/3/2/13>.
- FABRIS, A. *et al.* Aoa and rssi-based ble indoor positioning system with kalman filter and data fusion. **IEEE Internet of Things Journal**, v. 12, n. 11, p. 15348–15359, 2025.
- GOLDONI, E. *et al.* Experimental data set analysis of RSSI-based indoor and outdoor localization in LoRa networks. **Internet Technology Letters**, Wiley v. 2, n. 1, p. e75, out. 2018. Disponível em: <https://doi.org/10.1002/itl2.75>.
- GOLDSMITH, A. **Wireless communications**. [S.l.]: Cambridge university press, 2005.
- ISIK, O. K. *et al.* Integrity analysis for gps-based navigation of uavs in urban environment. **Robotics**, v. 9, n. 3,, 2020. ISSN 2218-6581. Disponível em: <https://www.mdpi.com/2218-6581/9/3/66>.
- LAM, K.-H.; CHEUNG, C.-C.; LEE, W.-C. Rssi-based lora localization systems for large-scale indoor and outdoor environments. **IEEE Transactions on Vehicular Technology**, v. 68, n. 12, p. 11778–11791, 2019.
- LIU, H. *et al.* Survey of wireless indoor positioning techniques and systems. **IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part C (Applications and Reviews)**, v. 37, n. 6, p. 1067–1080, 2007.
- LoRa Alliance. **LoRaWAN™ Geolocation Whitepaper**. [S.l.], 2018. Acesso em: 22 jun. 2025. Disponível em: <https://resources.lora-alliance.org/whitepapers/lora-alliance-geolocation-whitepaper>.
- LÓPEZ-ESCOBAR, J. J. *et al.* Intelligent energy-efficient gnss-assisted and lora-based positioning for wildlife tracking. **IEEE Sensors Journal**, v. 25, n. 4, p. 7291–7300, 2025.
- MARQUEZ, L. E.; CALLE, M. Understanding lora-based localization: Foundations and challenges. **IEEE Internet of Things Journal**, v. 10, n. 13, p. 11185–11198, 2023.
- MENSING, C.; PLASS, S. Positioning algorithms for cellular networks using tdoa. *In*: 2006 IEEE INTERNATIONAL CONFERENCE ON ACOUSTICS SPEECH AND SIGNAL PROCESSING PROCEEDINGS. 4., 2006. **Anais [...]** [S.l.: s.n.], 2006. p. IV–IV.
- PAOLONE, G. *et al.* A holistic overview of the internet of things ecosystem. **IoT**, v. 3, n. 4, p. 398–434, 2022. ISSN 2624-831X. Disponível em: <https://www.mdpi.com/2624-831X/3/4/22>.
- SADOWSKI, S.; SPACHOS, P. Rssi-based indoor localization with the internet of things. **IEEE Access**, v. 6,, p. 30149–30161, 2018.
- SAVAZZI, P. *et al.* A wiener-based rssi localization algorithm exploiting modulation diversity in lora networks. **IEEE Sensors Journal**, v. 19, n. 24, p. 12381–12388, 2019.
- Semtech. **LoRa Edge™ Advanced Scan Location Performance Overview**. [S.l.], 2024. Proprietary & Confidential. Disponível em: https://semtech.my.salesforce.com/sfc/p/#E0000000JelG/a/RQ000004921t/FTcJTMIMKs8TN.0aYWITDSHFk_yuXVZY3sZTQdIEbK0.
- TELLES, G. P.; RAYEL, O. K.; MORITZ, G. L. Weighted-centroid localization using lorawan network on large outdoor areas. **Internet Technology Letters**, v. 5, n. 4, p. e367, 2022. E367 ITL-22-0033.R1. Disponível em: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/itl2.367>.

VO, H. *et al.* Advance path loss model for distance estimation using lorawan network's received signal strength indicator (rssi). **IEEE Access**, v. 12,, p. 83205–83216, 2024.

ZAFARI, F.; GKELIAS, A.; LEUNG, K. K. A survey of indoor localization systems and technologies. **IEEE Communications Surveys & Tutorials**, v. 21, n. 3, p. 2568–2599, 2019.

ÅSTRÖM, K. *et al.* Extension of time-difference-of-arrival self calibration solutions using robust multilateration. *In*: 2021 29TH EUROPEAN SIGNAL PROCESSING CONFERENCE (EUSIPCO). 2021. **Anais [...]** [S.l.: s.n.], 2021. p. 870–874.